

解答

この時間の目標

1. 【態度目標】 しゃべる, 質問する, 説明する, チームで協力する, チームに貢献する.
2. 【内容目標】 (理解すること)
 - 2元1次連立方程式を解くことができる
 - 3元1次連立方程式を解くことができる

□□□ 3元1次連立方程式 □□□

基本的には, 2元1次連立方程式の場合と同じように未知数を減らしていく方法で解くことができる. 未知数が3個あるので, 代入法・加減法で未知数を2個, 次に1個と段階的に減らしていく方法で解くことができる.

Example 6. 連立方程式
$$\begin{cases} x - 2y + 8z = 7 \\ 2x + 3y - 5z = 14 \\ 3x + 4y + 19z = -29 \end{cases}$$
 を解きなさい.

解答

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

② $-2 \times$ ① より

$$\begin{array}{r} 2x + 3y - 5z = 14 \\ -) 2x - 4y + 16z = 14 \\ \hline 7y - 21z = 0 \end{array}$$

すなわち $y - 3z = 0 \cdots$ ④ を得る.

③ $-3 \times$ ① より

$$\begin{array}{r} 3x + 4y + 19z = -29 \\ -) 3x - 6y + 24z = 21 \\ \hline 10y - 5z = -50 \end{array}$$

すなわち $2y - z = -10 \cdots$ ⑤ を得る.

⑤ $-2 \times$ ④ より

$$\begin{array}{r} 2y - z = -10 \\ -) 2y - 6z = 0 \\ \hline 5z = -10 \end{array}$$

すなわち $z = -2$ を得, ④ に代入して $y = -6$ を得る.

さらにこれらを ① に代入して $x - 2 \cdot (-6) + 8 \cdot (-2) = 7$ すなわち $x = 11$ を得る.

よって, 求める解は $x = 11, y = -6, z = -2$ である.

☆☆☆ 演習問題 ☆☆☆

Exercise 5. 次の連立方程式を解きなさい.

(1)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$$

$x = 0, y = 2$

(2)
$$\begin{cases} -4x - 2y = -1 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

$x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$

(3)
$$\begin{cases} 5p + 2q = -21 \\ 2p + 5q = -21 \end{cases}$$

$p = -3, q = -3$

(4)
$$\begin{cases} 5x + 2y = 10 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$x = 2, y = 0$

(5)
$$\begin{cases} 7x + 2y = -19 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$x = -1, y = -6$

(6)
$$\begin{cases} 3s - 2t = 8 \\ 2s - 5t = 9 \end{cases}$$

$s = 2, t = -1$

(7)
$$\begin{cases} 4u + 3w = 10 \\ -3u + 5w = 7 \end{cases}$$

$u = 1, w = 2$

(8)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ -5x + 5y = -2 \end{cases}$$

$x = \frac{9}{25}, y = -\frac{1}{25}$

(9)
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$x = 2, y = 1$

(10)
$$\begin{cases} a + 2b = 4 \\ 3a - 2b = 2 \end{cases}$$

$a = \frac{3}{2}, b = \frac{5}{4}$

(11)
$$\begin{cases} 2x + 3y = -7 \\ 3x - 5y = 37 \end{cases}$$

$x = 4, y = -5$

(12)
$$\begin{cases} 7r + s = 39 \\ 6r + 2s = 38 \end{cases}$$

$r = 5, s = 4$

(13)
$$\begin{cases} u + w = 3 \\ u - 2w = 1 \end{cases}$$

$u = \frac{7}{3}, w = \frac{2}{3}$

(14)
$$\begin{cases} 4s + 5t = 6 \\ 3s + 4t = 5 \end{cases}$$

$s = -1, t = 2$

Exercise 6. 次の連立方程式を解きなさい.

$$(1) \begin{cases} x+y-3z=-10 \\ x-y+2z=11 \\ 2x+y-z=3 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①+②より	②+③より	④+⑤より
$x+y-3z=-10$	$x-y+2z=11$	$2x-z=1$
$+) x-y+2z=11$	$+) 2x+y-z=3$	$+) 3x+z=14$
$2x-z=1 \dots ④$	$3x+z=14 \dots ⑤$	$5x=15 \Rightarrow x=3$

④より	①より
$z=2x-1=5$	$y=-10-x+3z=2$

$$(2) \begin{cases} x+y=5 \\ y+z=4 \\ z+x=3 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①-②より	④+③より
$x+y=5$	$x-z=1$
$-) y+z=4$	$+) z+x=3$
$x-z=1 \dots ④$	$2x=4 \Rightarrow x=2$

④より	①より
$z=x-1=1$	$y=5-x=3$

$$(3) \begin{cases} a+2b+3c=1 \\ 3a+b+2c=2 \\ 2a+3b+c=3 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①×2-②×3より	②-③×2より	④×5+⑤より
$2a+4b+6c=2$	$3a+b+2c=2$	$-35a+5b=-20$
$-) 9a+3b+6c=6$	$-) 4a+6b+2c=6$	$+) -a-5b=-4$
$-7a+b=-4 \dots ④$	$-a-5b=-4 \dots ⑤$	$-36a=-24$
$-36a=-24 \Rightarrow a=\frac{2}{3}$	④より $b=7a-4=\frac{2}{3}$	③より $c=3-2a-3b=-\frac{1}{3}$

$$(4) \begin{cases} 8x-2y+z=7 \\ 5x-3y-2z=-14 \\ 19x+4y+3z=-29 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①×2+②より	①×3-③より	④×2-⑤より
$16x-4y+2z=14$	$24x-6y+3z=21$	$6x-2y=0$
$+) 5x-3y-2z=-14$	$-) 19x+4y+3z=-29$	$-) x-2y=10$
$21x-7y=0$	$5x-10y=50$	$5x=-10$
$3x-y=0 \dots ④$	$x-2y=10 \dots ⑤$	
④より $x=-2$	①より $z=7-8x+2y=11$	
$y=3x=-6$		

$$(5) \begin{cases} r+2s+2t=3 \\ 2r-2s-3t=7 \\ 3r-4s+t=4 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①+②より	①×2+③より	④+⑤より
$r+2s+2t=3$	$2r+4s+4t=6$	$3r-t=10$
$+) 2r-2s-3t=7$	$+) 3r-4s+t=4$	$+) r+t=2$
$3r-t=10 \dots ④$	$5r+5t=10$	$4r=12 \Rightarrow r=3$
	$r+t=2 \dots ⑤$	
⑤より $t=2-r=-1$	②より $2s=2r-3t-7=2 \Leftrightarrow s=1$	

$$(6) \begin{cases} 5x-y+2z=5 \\ 3x+2y-z=13 \\ 7x+4y-5z=31 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①×2+②より	②×2-③より	④-⑤より
$10x-2y+4z=10$	$6x+4y-2z=26$	$13x+3z=23$
$+) 3x+2y-z=13$	$-) 7x+4y-5z=31$	$-) -x+3z=-5$
$13x+3z=23 \dots ④$	$-x+3z=-5 \dots ⑤$	$14x=28 \Leftrightarrow x=2$
⑤より $3z=-5+x=-3 \Leftrightarrow z=-1$	①より $y=5x+2z-5=3$	

$$(7) \begin{cases} 5y+2z=3 \\ 3x+4z=20 \\ x-2y=4 \end{cases}$$

連立方程式の各式を, 上から順に ①, ②, ③ とおく.

①×2-②より	④+③×3より
$10y+4z=6$	$-3x+10y=-14$
$-) 3x+4z=20$	$+) 3x-6y=12$
$-3x+10y=-14 \dots ④$	$4y=-2 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}$
③より $x=2y+4=3$	①より $2z=3-5y=\frac{11}{2} \Leftrightarrow z=\frac{11}{4}$

Exercise 7. 次の連立方程式を解きなさい. (余裕があれば、解いてみよう) 各式を, 上から順に ①, ②, ③, ④ とおく.

$$(1) \begin{cases} x+4y-2z+4w=12 \\ 2x+3y+6z-2w=9 \\ 3x+7y+3z+2w=18 \\ 4x+y+7z-5w=3 \end{cases}$$

①×2-②より	①×3-③より	①×4-④より
$2x+8y-4z+8w=24$	$3x+12y-6z+12w=36$	$4x+16y-8z+16w=48$
$-) 2x+3y+6z-2w=9$	$-) 3x+7y+3z+2w=18$	$-) 4x+y+7z-5w=3$
$5y-10z+10w=15 \dots ⑤$	$5y-9z+10w=18 \dots ⑥$	$15y-15z+21w=45 \Leftrightarrow 5y-5z+7w=15 \dots ⑦$
⑤-⑥より $5y-10z+10w=15$	⑥-⑦より $5y-9z+10w=18$	
$-) 5y-9z+10w=18$	$-) 5y-5z+7w=15$	
$-z=-3 \Leftrightarrow z=3$	$-4z+3w=3 \Leftrightarrow 3w=4z+3=15 \Leftrightarrow w=5$	
⑤より $y=2z-2w+3=-1$	①より $x=12-4y+2z-4w=2$	