

ISSN 0385—6844

# 有明工業高等専門学校紀要

第 25 号

平成元年1月

Research Reports  
of the  
Ariake National College of Technology  
No. 25  
January 1989

Published by Ariake National College of Technology

Omuta, Japan

## 目 次

英文読解指導 .....	池 田 茂	1
rank NのM×N型行列の分解について .....	坂 西 文 俊	7
ある非線型微分方程式の離散的反復解の収束性について .....	荒 木 真	13
量み込み $u(t) = \int_0^t k(t-\tau) f(\tau) d\tau$ の数値計算法について .....	山 下 巖 木 村 剛 三	19
リーゼガング現象の研究(その5) ——水溶液中のリーゼガング現象—— .....	樋 口 大 成	25
Pulse Wave Propagation of the Artery .....	Ken TAKEMURA Yasutaka NAKAMURA Hajime NITAHARA and Tetuo TAKEMURA	31
突合せ溶接試験片の疲労寿命 .....	原 田 克 身	43
水平伝熱面からのサブクール核沸騰熱伝達 .....	庵 原 久 夫	49
差分法による同軸円筒電極内の電位計算 ——電極半径比に対する分割数の目安について—— .....	浜 田 伸 生	57
ポリウレタンの熱分解に関する研究(第14報) ——充填剤ポラパックQを用いたPyr-GCによる ポリエーテル, ポリエステル成分の分析—— .....	吉 武 紀 道 丸 尾 三 成 古 川 睦 久	61
Some Aspects of the Thought Presentation in Mark Twain's <i>The Prince and the Pauper</i> .....	Sigeru IKEDA	67
性格は宿命なり：『カスターブリッジの町長』 ——近代我の源を求めて(11)—— .....	松 尾 保 男	75
発表した論文・著書及び講演題目 (自1987年9月至1988年9月) .....		85

## 英文読解指導

池 田 茂

〈昭和63年9月21日受理〉

### A Study in a Teaching Method of Building English Reading Skills

The experiment reported is a preliminary one on the teaching method of building English reading skills of the students in seminars and classes. Plan underlying the experimental method explained here envisages the leading of the students to the grasping of the syntactic construction of sentences: in the classes of English the students were given texts with tags (in print) to guide them in the comprehension of the English sentence structure and to serve for the acquisition of reading skills. The method applied in English classes is discussed together with some of the tendencies the students have shown in their reading of English texts.

Shigeru IKEDA

#### 0. はじめに

工業高等専門学校が担う英語教育の目標の大きな一つが英文読解力の育成であることは論を待たない。英文での記事や報告を読むことは将来業務や研究にあつては情報を得るための重要な手段であろうし、はや学業途上においても、英文を読むことは、すでに、英文テキスト使用の講義や演習があるなか、専門科目修得の欠かせぬ基盤となっている。

が、英文読解に困難が様々にあることは英語担当者も、また、英文テキスト使用の演習担当者も現実の演習から知るところであり、それら問題点の克服は学生および指導者双方に努力や創意工夫を要求するものとなっている。

ここでは、英文読解の指導で工夫した一つの試みを、読解で学生が示す問題点のいくつかの指摘も含め、報告したい。

#### 1. 問題点

読解力に関わる広い領域の中で、取り上げるべき問題点を、学生が修得している技能や知識にだけ限って見ると、1) 語彙、及び辞書活用、2) 文法知識と活用、及び構文の読み取り、3) 内容把握、との三分野において次のような事が指摘出来ると思われる。

##### 1. 1 語彙、および辞書活用の面

語義選択が不適切である場合は、構文の読み誤りによるもの他に、傾向として指摘出来るように思われるのは次の二点である。まず、既習の語であればそれ

が学習当初の語義のまま、その後の辞書再参照なしに解釈が進められている様子と、もう一つは、文章のテーマ内容に沿った文脈からの語義選択に検討不足が見られることである。

学生の訳文に見られる誤りを幾つか挙げる。

1) In ancient times men did not think that the brain was the center of mental activity. Aristotle the philosopher of ancient Greece thought that the mind was based in *the heart*. (the heart ≠ 心)

2) How long will it take to *build* a computer complex enough to *duplicate* the human brain? *Perhaps not as long as some think. Long before* we approach a computer as complex as our brain, we will perhaps build a computer that is at least complex enough to *design* another computer more complex than itself. This more complex computer could design one *still* more complex and so on and so on.

In other words, *once* we pass a *certain critical point*, the computer take over and there is a '*complexity explosion*'. In a very short time thereafter computers may exist *that* not only duplicate the human brain — but far surpass it.

ここでは、*build/duplicate/long before/design/critical point* などイタリック部分の訳語に多く問題があった。

辞書については、一般的に、記載の語法、成句、文型関係の記述を主に、これから調べようとする語の機能的側面を見る引き方と同時に、もう一つ、語義、用

例を中心とした意味内容面を中心に調べるという引き方との、この二つが考えられる。学生が見せる辞書活用では、単語の意味調べを急ぐあまり、辞書から二者に関する必要な情報が、一方に偏っているか、または、そのいずれも充分には引き出されていないように思われる。

### 1. 2 文法知識と構文の読み取り

文法、および構文としては、語句と語句との関係の読み取りが出来ることが指摘されよう。特に、目的語と目的格補語の関係(ネクサス)、修飾被修飾関係、同格関係、倒置などが主なものである。修飾関係では、後置修飾が、とりわけ、現在分詞、過去分詞による修飾が、挙げられる。学生にとっては、節や句を一グループとしてつかみ、それを他の周囲の語句節とどう結び付けるかが、最も大きな困難を覚えているものであると想像される。この句、節のつかみ方は、英語構文の読みの際に十分な理解習得が求められねばならないものであると言えよう。

ここに学生が困難を示したタイプの後置修飾の二、三の例を挙げる。

1) All living creatures — people, animals, fish, even the tiniest insects — have a daily need for sleep or complete rest. Without a period of rest *following periods of activity*, the mind and body would become too fatigued to work properly.

2) There is more water than land on the surface of the world. Two-thirds of the world is covered with water. We do not know of any other planet *with so much water on it*.

3) During the 1960's, people in all the industrialized countries became more and more worried about the effect of man and his works on the environment. Air *made filthy by factory smoke*, rivers *poisoned by industrial waste*, beaches *fouled by spills from oil tankers*, the silence of nature *destroyed by the din of modern inventions* — man seemed to be turning the beautiful green earth into a desert planet out of some science-fiction nightmare.

### 1. 3 内容把握

学生の日本語訳では各文がバラバラで前後関係がチグハグの印象を与え、原文の英文には見られていた記述の方向、流れが失われたように感じられるものが多い。学生訳が英文のセンテンス単位の解釈に終始し、文と文との流れ、つながりを無視、ないしは気づかず

に読み過ごしている。パラグラフ単位の読みが求められるところを、一文ずつ切り放した読みをしたため、文の既知未知をはじめ、文のどの部分がテーマでありどの部分が焦点となる情報を担うかが失われてしまったためのものだと言える。

次の例はイギリスの一日での天気の変り方を述べた一節であるが、

In no other country other than England, it has been said, can one experience *four seasons* in the course of a single day! Day may break as a gentle spring morning; an hour so later black clouds may have appeared from nowhere and the rain may be pouring down. At midday conditions may be really wintry with the temperature down by about eight degrees or more centigrade. And then, in the late afternoon the sky will clear, the sun will begin to shine, and for an hour or two before darkness falls, it will be summer.

ここで、*four seasons* を受けることになる a gentle spring morning / wintry / summer の語が見失われて、味わいのない訳文となったばかりか、特に、it will be summer の正しい解釈にたどり着けなかったものが多かった。次の例では、

When professional writers sit down to their day's work, they do not always have a good idea of what they are going to write. More often getting started is difficult and frustrating — ideas seem to disappear, words will not flow. Some writers *develop their own systems* to get their work going. Ernest Hemingway used to stop work each day just before he ran out of things to say, so that when he resumed work the following morning at six, he wouldn't have to *start cold*. Once he had started by completing the previous day's work, he was ready for additional writing.

he [Hemingway] wouldn't have to start cold の解釈で cold がつかめず、このパラグラフでの their [writers'] own systems の展開が解けてないことを示している。

次の英文では、

I sometimes think that Western students are *apt to exaggerate* the isolation of Japan, and to *assume* that her history until modern times has little connection with or bearing upon the history of the rest of the world. Japan's geographic position *certainly* made foreign intercourse difficult, and *it is true* that for about two hundred years she

deliberately though not completely cut herself off from foreign influences. But a space of two centuries is not long in a nation's history; and apart from that, as the chronicle of Buddhism alone is sufficient to show. Japan was never for long beyond the reach of spiritual and material influences from other parts of Asia.

apt to exaggerate, assume の二個の動詞の目的語として述べられている内容, certainly, it is true と, それに対する but 等の transitional devices, パラグラフ最後の not long, never for long の否定語を付けて述べられている内容, これらはこのパラグラフ読解のキーであるとも言えよう。

以上, 語義, 構文, 内容について問題点を挙げたが, これらのことは, 次の英文(1)-1 を学生 (5 年生) がどう読んだかを採点した表 1 にも示されている。この表 (SP 表) では, 文中肩字として添えられた番号の語句ごとに, 学生の正しい解釈を 1 で, 0 で誤りまたは無訳を, それぞれ, 示す。内容語については主として語義を, 機能語, または機能的要素をあわせ持つ語については語義だけでなく係り具合の訳出をも採点の対象に含めた。

表 1 Students-Problems 表

クラス: 5 X 35人

Table with columns for question number (問題番号), correct answer (正解), correct count (正答数), and error count (C係数). It lists 35 items with binary data for each.

正答数 43332110009396655443211553211985440

英文(1)-1

Life Science<sup>1)</sup>

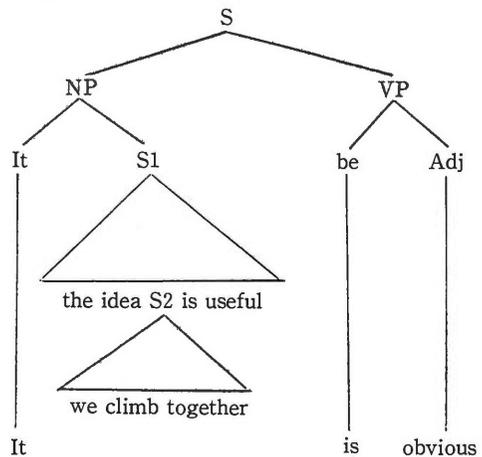
The leaders<sup>1</sup> of major<sup>2</sup> religious<sup>3</sup> organizations<sup>4</sup> in America have rung an alarm<sup>5</sup> about the perils<sup>6</sup> of genetic engineering<sup>7</sup>. They believe<sup>8</sup> the world is rapidly moving into<sup>9</sup> a new era<sup>10</sup> of fundamental danger<sup>11</sup> which poses<sup>12</sup> a potential<sup>13</sup> threat<sup>14</sup> to all of humanity<sup>15</sup>. They fear<sup>16</sup> that scientists<sup>17</sup> may create<sup>18</sup> uncontrollable<sup>19</sup> new forms of life<sup>20</sup> and also try<sup>21</sup> to "play God<sup>22</sup>" by tampering with<sup>23</sup> genes<sup>24</sup> to improve<sup>25</sup> human<sup>26</sup> or social<sup>27</sup> characteristics<sup>28</sup>. The religious leaders<sup>29</sup> do not want<sup>30</sup> the matter<sup>31</sup> left to<sup>32</sup> commercial<sup>33</sup>, scientific<sup>34</sup> or medical<sup>35</sup> interests<sup>36</sup>.

2. 試行と考察

今年度始めより, 100語以内の英文を(3, 4, 5年生に)課し, 辞書を使用して時間内に日本語訳を作成提出させ, 翌時限に採点した訳文に解説を添えて返すという方法の演習を採った。ここで選んだ英文は科学的 content 記述の平易な説明文, 論説文であり, 他方, 小説, 詩等は避けた。この演習の形式に学生が慣れた後, 指導のポイントを構文理解に移すことにした。

英文構造を理解するには, 文のなかにあつて, 活字というものによっては示されないもの, すなわち, 文の表面には出ていない機能的側面を読み取らねばならない。ここで, もし, 次の英文に, 下図のような「枝分かれ図」が添えられれば, 構文理解は大いに促進されよう。

It is obvious that the idea of climbing together is useful.<sup>2)</sup>



読解において必要なことは, 線形に並ぶ語句の中に, 上の tree diagram にいう「句構造標識」を発見するこ

とである。特に、埋め込み変形を経た部分の読み取りが重要なものとして求められる。現実の演習での指導では、英文のこのような見方をどう育てるかが問題であるが、全ての英文について枝分かれ図を添えるのは不適である。ここで、簡便な方法として考えられるのが「分ち書き」方式であろう。句、節を成すワードグループとそれら相互の関係の理解を目指す次のような視覚化した分ち書きを課題英文に添えた。この作成にあたっては、前置詞句、後置修飾語句など、学生にとってつかみ取りが困難な句が、その文の単語の並びの中で一グループとして目立つような区切り方を第一に考えた。主語目的語関係や、節を導く語句等については、英文の難易とその長さにより適宜考慮を考えた。学習者にワードグループの把握と、その句、節がどう互いに関連づけられるかを一人で発見が出来るのがここでのねらいであるので、分ち書きはあくまでもヒントとして学生の思考に刺激を与えるものとするにとどまっている。

現在、演習では英文にこの分ち書きを添えて読解力育成の方法を模索中である。この形式の効果は厳密な測定を待たねばならないとは言うまでもないが、簡便な測定を、構文がかなり込み入っていると言える次

の英文(2)-1, -2において試みた。ここで、この英文を教材として扱った演習において、時限の前半には普通の書き方の形式のみで、後半の時間には同一英文にその分ち書き形式を添えて、それぞれ課し、計二回の日本語訳作成を行わせ、それぞれの採点結果を表2に示した。採点のポイントは分ち書きの英文に肩字で示す。語義と係り具合の訳出双方を採点の対象とし、ここでは最初の二文について、肩字番号1から13までの結果について比較した。この right-branching の典型とも言える英文について見る限りでは、分ち書きにより学生が構文理解で助けられていることは明らかだと言えよう。

英文(2)-1

Schools in America<sup>3)</sup>

Differences in American schools compared with those found in the majority of other countries lie in the fact that education here has long been intended for everyone — not just for a privileged elite. Schools are expected to meet the needs of every child, regardless of ability, and also of society itself. This means that tax-supported public schools offer more than academic subjects. It surprises many people when they come here to find high schools offering such courses as typing, sewing, radio repair, computer programming, or driver training, along with traditional academic subjects such as mathematics, history, and languages. Students choose their curricula from a wide variety of courses, depending on their interests, future goals, and level of ability.

英文(2)-2

構文

Differences  
in American schools<sup>1)</sup>  
compared  
with those<sup>2)</sup>  
found<sup>3)</sup>  
in the majority  
of other countries<sup>4)</sup>  
lie  
in the fact<sup>5)</sup>  
that education  
here<sup>6)</sup>  
has long been intended<sup>7)</sup>  
for everyone<sup>8)</sup>  
...not just for a privileged elite.<sup>9)</sup>  
Schools are expected<sup>10)</sup> to meet the needs

表 2

問題番号	1	11	1	問題番号	1	11	1
1421598023673				4182915023673			
正解 :	111111111111111			正解 :	111111111111111		
	( 4 ) 111111110010	10		( 4 ) 1111111100110	10		
	( 1 ) 111101111000	9		( 5 ) 1111111100110	10		
	( 8 ) 110111101000	8		( 1 ) 111110111000	9		
	( 13 ) 100111111000	8		( 7 ) 111101011100	9		
	( 21 ) 111111110000	8		( 8 ) 111111110010	9		
	( 40 ) 110110110010	7		( 13 ) 011111111010	9		
	( 25 ) 111111000000	6		( 15 ) 1011110110011	9		
	( 12 ) 111001001000	5		( 21 ) 111111110100	9		
	( 14 ) 100101011000	5		( 37 ) 111111110100	9		
	( 16 ) 101011100000	5		( 38 ) 111110100110	9		
	( 18 ) 011001100000	5		( 2 ) 111101110000	7		
	( 30 ) 101111000100	5		( 12 ) 111110100100	7		
	( 32 ) 1101101000010	5		( 16 ) 101101101000	7		
	( 2 ) 110101000000	4		( 19 ) 111110001100	7		
	( 6 ) 0110100001000	4		( 25 ) 1111111100000	7		
	( 15 ) 011011100000	4		( 3 ) 111000110000	6		
	( 38 ) 111000001000	4		( 6 ) 1111110010000	6		
	( 3 ) 010100010000	3		( 10 ) 1101010110000	6		
	( 17 ) 111000000000	3		( 18 ) 101010111001	6		
	( 28 ) 110100000000	3		( 29 ) 111010101000	6		
	( 29 ) 101010000000	3		( 30 ) 1011111000100	6		
	( 33 ) 110000000000	3		( 32 ) 1110110001000	6		
	( 5 ) 100100000000	2		( 33 ) 11011010001100	6		
	( 9 ) 010010000000	2		( 34 ) 0111110010000	6		
	( 11 ) 000100010000	2		( 11 ) 0110110000100	5		
	( 20 ) 010000000000	2		( 31 ) 1011100010000	5		
	( 23 ) 00000110000	2		( 35 ) 111100000000	5		
	( 27 ) 010001000000	2		( 39 ) 100100010000	5		
	( 37 ) 000100010000	2		( 40 ) 1110100001000	5		
	( 39 ) 110000000000	2		( 9 ) 110101000000	4		
	( 7 ) 000000010000	1		( 14 ) 011010010000	4		
	( 19 ) 100000000000	1		( 17 ) 1101000001000	4		
	( 24 ) 000000010000	1		( 24 ) 111100000000	4		
	( 26 ) 000100000000	1		( 28 ) 1011001000000	4		
	( 31 ) 100000000000	1		( 36 ) 110000000000	3		
	( 34 ) 000100000000	1		( 26 ) 100100000000	2		
	( 35 ) 100000000000	1		( 27 ) 1001000000000	2		
	( 10 ) 000000000000	0		( 20 ) 1000000000000	1		
	( 23 ) 000000000000	0		( 22 ) 000000100000	1		
	( 36 ) 000000000000	0		( 23 ) 1000000000000	0		
正答数	22111111			正答数	3222111111		
	2076330085330				4998765443952		

(一回目)

(二回目)

of every child,<sup>11</sup>  
regardles of ability,<sup>12</sup>  
and also of society itself.<sup>13</sup>  
(…以下略…)

前掲の英文(1)-1 は、次のような分ち書きで示された。(実際には、B 4 縦紙への印刷であるので修飾関係はつながりが見やすいものとなっている。)

英文(1)-2

#### 構 文

The leaders

of major religious organizations  
in America  
have rung an alarm  
about the perils  
of genetic engineering.

They believe

the world is rapidly moving  
into a new era  
of fundamental danger  
which poses a potential threat  
to all of humanity.

The fear

that scientists may create  
uncontrollable new forms of life  
and  
also try to “play God”  
by tampering with genes  
to improve human or characteristics.

The religious leaders do not want the matter left  
to commercial, scientific or medical interests.

このような方式を支援する幾つかのいわゆるソフトウェアが、当然、次には、求められることとなる。ここでは学生に何を発見したらよいのかを明確に教えること、その発見はどうすれば容易かの手順を教えることとなろう。現在、その一つとして、「英文読解マニュアル 構文編」<sup>4)</sup>を作成、学生に配布している。

また、読みの中に S, V, O, C, M (odifier) を求めるチェックリストや、語句の機能を明示する種々のマーカー ([ ] { } < >) などが考案されてよいであろう。英文読みの過程でこれらチェックリスト、マーカー等を意識的に活用すれば、これらは読み手には欠かせない anticipatory reception の姿勢育成を促進してくれるであろう。

### 3. 今後の課題

読解指導を進めながら明確になった課題は、まず、語彙に関して、1) 基本語と言われるものについては、

学生がその語義を広く、また深く、文脈の中で検討する姿勢を身につけるよう指導すること、と同時に、未知の単語についての情報を早く正しく得るために、2) 辞書を語法、構文の面からと、語義、用例の面との双方からの活用の指導、の二つが求められる。

次に、構文に関して、3) 学習の過程の一時期を選び徹底した構文理解のための集中作業と、4) 定着のため一定期間毎の短期の集中復習作業を行わせることが有効であろう。

最後に、内容に関して、これはその文章、テキストが扱う内容に大きく左右されるが、読解という観点からは、5) パラグラフ単位の読みの指導が欠かせないものであろう。

上記いずれもその指導を具体化する有効な指導技術の案出や、集中して指導するための副教材の作成、これらが筆者の今回の工夫に続く次の課題である。

#### 註

- 1) 「全国大学入試問題正解」62年英語 国公立大編 (旺文社 1987) 大阪外国語大学問題 2(2)より。タイトルは筆者による。
- 2) 佐々木、小泉編 「新言語学から英語教育へ」(大修館 1977) p.245
- 3) 「全国大学入試問題正解」63年英語 国公立大編 (旺文社 1988) 鳥取大学問題 工・教育学部 1より。タイトルは筆者による。
- 4) 池田、亀石 「英文読解マニュアル」構文編(1988)



rank  $N$  の  $M \times N$  型行列の分解について

坂西 文俊

〈昭和63年9月21日受理〉

On the Decomposition of  $M \times N$  Type Matrices with Rank  $N$ 

In this paper, We show that  $M \times N$  type matrix is able to decompose into the multiplication of a kind of  $M \times N$  type matrix and  $N \times N$  type Hermite matrix, and treat the curve in  $M \times N$  type matrices space. These results are applied the introduction of the deformation of the embedding mapping

Fumitoshi SAKANISHI

## § 0. 序 文

[1] において,  $GL(N, C)$  の元の Hermite 行列と Unitary 行列による分解について述べた。これは  $C^n$  の領域間の写像の変形の定義に関係し, そして, 写像のある種の変形の存在は, 双正則写像の境界への接続定理に大きく影響を与えるものであった。

さて [1] では, 同次元空間内の領域間の写像を対象にし, その Jacobian 行列について研究したが, 今回は, 写像の変形の存在にもっと有効であると思われる高次元空間への埋め込み写像を対象にして, 研究してみることとする。

今回も, [1] で述べたことはほとんど同様に成りたつことがわかるが, Jacobian 行列が正方行列でないため, 逆行列を考えることができず, そのため, 議論が少し改まっている。

§ 1 では, rank が  $N$  の  $M \times N$  型行列の分解を示し, さらに, 写像の Jacobian 行列の関係で,

$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$  の形の  $2m \times 2n$  型行列の分解を示す。

そして, § 2 では, 存在すべき写像の変形とおおいに関係ある § 1 で考えた空間内の曲線について考える。

いずれにしても, これらの内容は, 写像の変形の存在, ひいては双正則写像の境界への接続定理の成立を示すための一つの基礎的内容であると思われる。

§ 1.  $G(M, N)$  の分解について

まず, 記号の説明と簡単な事実について述べる。自然数  $M \geq N$  を固定する。複素数を成分とする  $M \times N$  型行列全体を  $\text{Mat}(M, N)$  とし,  $G(M, N)$ ,  $H(N)$ ,

$U(M, N)$ ,  $M(N)$  をそれぞれ次のような  $\text{Mat}(M, N)$  の部分集合として定義する。

$G(M, N) := \{G \in \text{Mat}(M, N) \mid \text{rank} G = N\}$ ,

$H(N) := \{H \in \text{Mat}(N, N) \mid {}^*H = H, H > 0\}$ ,

$U(M, N) := \{U \in \text{Mat}(M, N) \mid {}^*UU = I\}$ ,

$M(N) := \{\Lambda \in \text{Mat}(N, N) \mid \lambda_k^i = \lambda_j \delta_{kj}, \lambda_j > 0\}$ 。

ここに,  $\delta_{kj}$  は Kronecker の  $\delta$  であり,  $H > 0$  は  $H$  が正定値であることを意味する。

定義より, 次のことがまずわかる。

$H(N)$  は  $H(N) \subset C^{NN} \approx R^{2NN}$  より, 位相空間になるが, 実は, 実  $N^2$  次元の部分多様体である。なぜなら,  $H = (a_k^i + ib_k^i)$ , ( $a_k^i, b_k^i \in R$ ) とおいて,  ${}^*H = H$  を書き直すと, 本質的に  $N^2$  個の式

$$a_j^i - a_k^i = 0, \quad (j < k)$$

$$b_j^i + b_k^i = 0, \quad (j \leq k)$$

を得るが, これが,  $H(N)$  の定義関数系である。つまり, この  $2N^2$  個の変数  $a_k^i, b_k^i$  による  $N^2$  個の関数の偏導関数を成分とする  $2N^2 \times N^2$  型 Jacobian 行列の rank は,  $N^2$  である。そして, 実部分多様体としての次元は  $2N^2 - N^2$  である。

$U(M, N)$  については, これは, 複素  $M$  次元空間内の  $N$  次元部分空間の正規直交基底全体であり, 従って, 任意の  $U \in U(M, N)$  に対して  $(U : W) \in U(M, N)$  となる  $W \in U(M, M-N)$  が存在する。

また,  $U(M, N) \subset C^{MN} \approx R^{2MN}$  より,  $U(M, N)$  は位相空間になるが, 実は, 実  $2MN - N^2$  次元の部分多様体であることが次のようにしてわかる。  $U = (a_k^i + ib_k^i)$ , ( $a_k^i, b_k^i \in R$ ) とおいて,  ${}^*UU = I$  を書き直すと, 本質的に  $N^2$  個の式

$$\sum_{j=1}^M (a_j^i a_k^j + a_j^k a_i^j - \delta_{ik}) = 0, \quad (j \leq k)$$

$$\sum_{j=1}^M (a_j^i b_k^j - b_j^i a_k^j) = 0, \quad (j < k)$$

を得る。この $2MN$ 個の変数 $a_k^i, b_k^i$ による $N^2$ 個の関数の偏導関数を成分とする $2MN \times N^2$ 型 Jacobian 行列のrankは、 $U$ が $I^0 := \begin{pmatrix} I \\ O \end{pmatrix}$ に近いとき、

すなわち、 $a_k^i, b_k^i$ が $\delta_{ik}$ に近きとき、 $N^2$ であることがわかるから、 $I^0$ の近くで $U(M, N)$ は実 $2MN - N^2$ 次元部分多様体であることがいえる。

そして、任意の $U_0 \in U(M, N)$ に対して、 $(U_0 : W_0) \in U(M, M)$ となる $W_0 \in U(M, M-N)$ を用いて、 $U_0$ の近傍から $I^0$ の近傍への実解析的同型写像

$U \rightarrow \begin{pmatrix} *U_0 \\ *W_0 \end{pmatrix} U$ が作れるから、 $U(M, N)$ は $U_0$ の近くでも実 $2MN - N^2$ 次元部分多様体であることがいえる。

さて、 $G(M, N)$ の元が $U(M, N)$ の元と $H(N)$ の元の積に一意的に分解できることを示そう。

**定理 1.1** 任意の $G \in G(M, N)$ に対して、 $G = UH$ となる $U \in U(M, N)$ と $H \in H(N)$ が一意的に存在する。

**証明** [1]の定理1.1と同様の方法で証明できる。

(存在) rank $G = N$ だから、 $*GG$ は正定値Hermite行列すなわち $*GG \in H(N)$ である。この行列の固有値はすべて正だから、ある $V \in U(N, N)$ と $\Lambda \in M(N)$ が存在して、 $*V*GGV = \Lambda^2$ とできる。そこで、 $H := V\Lambda*V$ ,  $U := GH^{-1}$ とおくと、 $H \in H(N)$ であり、 $G = UH$ と書ける。このとき、 $U \in G(M, N)$ であるが、 $*UU = V\Lambda^{-1}*VV\Lambda^2*VV\Lambda^{-1}*V = I$ が成り立つから、 $U \in U(M, N)$ である。

(一意性) いま $G = U_1 H_1 = U_2 H_2$ , ( $H_i \in H(N)$ ,  $U_i \in U(M, N)$ )とし、さらに、 $H_i = V_i \Lambda_i * V_i$ , ( $V_i \in U(N, N)$ ,  $\Lambda_i \in M(N)$ )とする。さて、 $*GG = *H_i H_i$ より、 $\Lambda_i^2$ はともに $*GG$ の固有値が並んだ対角行列だから、 $\Lambda_1$ は $\Lambda_2$ の対角成分を並べ替えた対角行列である。よって、ある $P \in U(N, N)$ を選んで、 $\Lambda_1 = P\Lambda_2*P$ とできる。そこで $V_1 P$ を改めて $V_1$ とすれば、 $H_i = V_i \Lambda_i * V_i$ , ( $\Lambda_1 = \Lambda_2$ )としてよい。さて、

$$\Lambda^2 = \begin{pmatrix} \lambda_{j_1}^2 I & O & O \\ O & \lambda_{j_2}^2 I & O \\ O & O & \lambda_{j_3}^2 I \end{pmatrix}$$

( $\lambda_{jk} > 0$ ,  $p \neq q$ ならば $\lambda_{jp} \neq \lambda_{jq}$ )とし、

$W := *V_1 V_2$ とおくと、 $*H_1 H_1 = *H_2 H_2$ より $\Lambda^2 W = W \Lambda^2$ が成り立つ。

$$W = \begin{pmatrix} W_1^1 & W_2^1 & W_3^1 & \dots \\ W_1^2 & W_2^2 & W_3^2 & \dots \\ W_1^3 & W_2^3 & W_3^3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

としてこの等式を書き下すと、 $\lambda_{jp} W_p^q = \lambda_{jq} W_p^q$ を得るが、 $p \neq q$ ならば $\lambda_{jp} \neq \lambda_{jq}$ だから、 $p \neq q$ ならば $W_p^q = 0$ がわかる。従って、

$$\Lambda W = \begin{pmatrix} \lambda_{j_1} W_1^1 & O & O & \dots \\ O & \lambda_{j_2} W_2^2 & O & \dots \\ O & O & \lambda_{j_3} W_3^3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = W \Lambda$$

が成り立つ。つまり $V_1 \Lambda * V_1 = V_2 \Lambda * V_2$ すなわち $H_1 = H_2$ がいえる。さらに、このとき、 $U_1 = G H_1^{-1} = G H_2^{-1} = U_2$ がいえる。

では、この $U(M, N)$ と $H(N)$ による $G(M, N)$ の分解を位相的に特徴づけよう。

**定義 1.2**  $G(M, N)$ から $H(N)$ および $U(M, N)$ への写像 $h$ および $u$ を次のように定義する。

$h : G(M, N) \rightarrow H(N) ; G = UH \mapsto H$ ,

$u : G(M, N) \rightarrow U(M, N) ; G = UH \mapsto U$ .

(ここに、 $G = UH$ は定理1.1による分解)

$u$ と $h$ について、まず、 $u((1-t)G + tu(G)) = u(G)$ ,  $h((1-t)G + tu(G)) = (1-t)I + h(G)$ , ( $0 \leq t \leq 1$ )であることがわかる。なぜなら、 $G = UH$ ,  $H = V\Lambda*V$ のとき、 $(1-t)G + tu(G) = U((1-t)I + tH) = UV((1-t)I + t\Lambda)*V$ において、 $\lambda_j > 0$ より $(1-t) + t\lambda_j > 0$ がわかるから、 $(1-t)I + tH \in H(N)$ ,  $U \in U(M, N)$ となるからである。

さらに、次の定理1.3が成り立つ。すなわち、 $u$ は $G(M, N)$ から $U(M, N)$ への正射影である。

**定理 1.3**  $G \in G(M, N)$ ,  $U \in U(M, N)$ であるとき、 $U = u(G)$ であるための必要十分条件は、任意の $A \in U(M, N)$ に対して、 $\|G - U\| \leq \|G - A\|$ が成り立つことである。

**証明**  $u(G) \in U(M, N)$ に対し、 $W \in U(M, M-N)$ を適当に選んで $V := (u(G) : W) \in U(M, N)$ とできる。

$F := (G : W), B := (A : W), K := \begin{pmatrix} h(G) & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$   
 とおくと,  $K \in H(M)$  である. また  $B \in U(M, N)$  とは  
 限らないが,  $\sum_{j=1}^M |b_k^j|^2 = 1$  は成り立つ. さて,  
 $K = CA^*C, (C \in U(M, M), A \in M(M))$  とすると,  
 $VK = F$  より  $\|G - A\|^2 = \|F - B\|^2 = \|VC A^*C - B\|^2 =$   
 $\|A - C^*VBC\|^2 = \|A - P\|^2$   
 $= \sum_{j=1}^M \lambda_j^2 - 2 \sum_{j=1}^M \lambda_j \text{Re} p_j^j + \sum_{j,k=1}^M |p_k^j|^2$   
 が成り立つ. ここに  $P := C^*VBC$  である.  
 このとき,  $\sum_{j,k} |p_k^j|^2 = \sum_{j,k} |b_k^j|^2 = M$  である.

従って,  $\|G - A\|$  が最小になる  $P$  は  $\sum_{j=1}^M \lambda_j \text{Re} p_j^j$  を最大に  
 する  $P$  であるから  $p_k^j = \alpha_j \delta_{jk}^j, (\alpha_j \geq 0)$  である. そして,  
 $1 = \sum_{j=1}^M |b_k^j|^2 = \sum_{j=1}^M \alpha_j^2 |c_k^j|^2 (1 \leq k \leq M)$  であり,  $C \in U(M, M)$   
 だから, これを満たす  $\alpha_j$  は  $\alpha_j = 1, (1 \leq j \leq M)$  のとき,  
 すなわち,  $P = I$  のとき, つまり  $B = V$  のときであり,  
 このときに限る. そして, これは  $A = U$  と同値であ  
 る.

この定理 1.3 により, 写像  $u$  は, 実解析的多様体  
 $U(M, N)$  への正射影であることがわかるから,  $u$  は実  
 解析的写像である. さらに,  $h(G) = *u(G)G$  であるから,  
 実解析的多様体  $H(N)$  への写像  $h$  も実解析的写像  
 である.

さて,  $M = 2m, N = 2n$  とし,  $\text{Mat}(2m, 2n)$  の部分  
 集合  $A(2m, 2n)$  を次のように定義する.

$$A(2m, 2n) := \left\{ \begin{pmatrix} A & \bar{B} \\ B & \bar{A} \end{pmatrix} \mid A, B \in \text{Mat}(m, n) \right\}$$

以下, この形の  $G(2m, 2n), H(2n), U(2m, 2n)$  に  
 ついて調べてみよう.

まず,  $m = n$  のとき,  $A(2m, 2m)$  について次が成り  
 立つことを注意する. ([1])

$G \in A(2m, 2m)$  のとき,  $\det G \in \mathbf{R}$  であり, また  
 $A(2m, 2n) \cap G(2m, 2m)$  は群である.

さらに,  $U \in A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m)$  ならば,  
 $\det U = \pm 1$  である.

では,  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  について調べてみよう.

$$U = \begin{pmatrix} A & \bar{B} \\ B & \bar{A} \end{pmatrix} \in A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n) \text{ に対して,}$$

$$\begin{pmatrix} A : C & \bar{B} : \bar{D} \\ B : D & \bar{A} : \bar{C} \end{pmatrix} \in A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m) \text{ となる}$$

$$W = \begin{pmatrix} C & \bar{D} \\ D & \bar{C} \end{pmatrix} \in A(2m, 2m - 2n) \cap U(2m, 2m - 2n) \text{ が存}$$

在する. なぜならば,  $U$  に対し,

$$\begin{pmatrix} A : a & \bar{B} \\ B : b & \bar{A} \end{pmatrix} \in U(2m, 2n + 1) \text{ となる } 2m \times 1 \text{ 型行列 } \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix},$$

$(*a\bar{b} + *b\bar{a} = 0, *aa + *bb = 1)$  が存在する. このとき,

$$(*a : *b) \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, (*a : *b) \begin{pmatrix} \bar{B} \\ \bar{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

が成り立つが, これは,

$$(*\bar{b} : *\bar{a}) \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, (*\bar{b} : *\bar{a}) \begin{pmatrix} \bar{B} \\ \bar{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

を導き, 従って

$$\begin{pmatrix} A : a & \bar{B} : \bar{b} \\ B : b & \bar{A} : \bar{a} \end{pmatrix} \in U(2m, 2n + 2) \text{ がいえる. 同様にして,}$$

$U$  の列ベクトルを増やしていくと,  $W$  の存在がいえ  
 る.

次に,  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  は, 実  $4mn - 2n^2 - n$   
 次元の部分多様体である. なぜならば,

$$U_0 = \begin{pmatrix} A_0 & \bar{B}_0 \\ B_0 & \bar{A}_0 \end{pmatrix} \in A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n) \text{ に対し,}$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} A_0 : C_0 & \bar{B}_0 : \bar{D}_0 \\ B_0 : D_0 & \bar{A}_0 : \bar{C}_0 \end{pmatrix} \in A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m)$$

とすれば,  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内での  $U_0$  の近傍か  
 ら  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内での

$I_0 := \begin{pmatrix} I^e & 0 \\ 0 & I^e \end{pmatrix}$  の近傍への写像  $U \rightarrow *V_0 U$  は近傍間の同  
 型写像になるから,  $I_0$  の近くで多様体であることを示  
 せばよい.

$$\text{そこで, } I_0 \text{ に近い } U = \begin{pmatrix} A & \bar{B} \\ B & \bar{A} \end{pmatrix} \text{ が } *UU = I \text{ を満たした}$$

とすると,  $*AA + *BB = I, *A\bar{B} + *B\bar{A} = 0$  がいえる  
 が, これを  $A = a + i\alpha, B = b + i\beta$  として書き直すと,  
 本質的に  $2n^2 + n$  個の式

$$\sum_{r=1}^M \alpha^j a_k^r + \alpha^j \alpha_k^r + b^j b_k^r + \beta^j \beta_k^r = \delta_k^j, (j \leq k),$$

$$\sum_{r=1}^M \alpha^j \alpha_k^r - \alpha^j \alpha_k^r + b^j \beta_k^r - \beta^j b_k^r = 0, (j < k),$$

$$\sum_{r=1}^M \alpha^j b_k^r - \alpha^j \beta_k^r + b^j a_k^r - \beta^j \alpha_k^r = 0, (j \leq k),$$

$$\sum_{r=1}^M \alpha^j \beta_k^r + \alpha^j b_k^r + b^j a_k^r + \beta^j \alpha_k^r = 0, (j \leq k),$$

を得るが,  $A, B$  がそれぞれ  $I^e, 0$  に近いという条件か  
 ら, この  $2n^2 + n$  個の式が実  $4mn$  次元多様体  
 $A(2m, 2n)$  内での  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  の定義関数  
 系であることがわかる.

さらに,  $A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)$  と写像  $u$  および  $h$   
 の関係について次の定理が成り立つ.

定理 1.5

$$u(A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)) = A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$$

$$h(A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)) = A(2n, 2n) \cap H(2n)$$

**証明**  $G \in A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)$  に対し、

$$U := u(G) = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{pmatrix}$$

$$A := \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{\delta} & \bar{\beta} \\ \bar{\gamma} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \right\} \text{ とおく.}$$

このとき、まず、定義より  $A \in A(2m, 2n)$  である。また、任意の  $C = \begin{pmatrix} a & \bar{b} \\ b & \bar{a} \end{pmatrix} \in A(2m, 2n)$  に対して、 $\|U - A\| \leq \|U - C\|$  である。なぜならば、

$a = a_R + ia_I$ , ( $a_R, a_I$  は実  $m \times n$  型行列) などの記述の下に、

$$\begin{aligned} \|U - C\|^2 &= 2 \{ a_{Rk}^i - (\alpha_{Rk}^i + \delta_{Rk}^i) / 2 \}^2 \\ &\quad + 2 \{ a_{Ik}^i - (\alpha_{Ik}^i - \delta_{Ik}^i) / 2 \}^2 \\ &\quad + 2 \{ b_{Rk}^i - (\beta_{Rk}^i + \gamma_{Rk}^i) / 2 \}^2 \\ &\quad + 2 \{ b_{Ik}^i - (\beta_{Ik}^i - \gamma_{Ik}^i) / 2 \}^2 \\ &\quad + \text{const}(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \text{ より,} \end{aligned}$$

$\|U - C\|^2$  が最小になる  $C$  は

$$\begin{aligned} a_{Rk}^i &= (\alpha_{Rk}^i + \delta_{Rk}^i) / 2, \\ a_{Ik}^i &= (\alpha_{Ik}^i - \delta_{Ik}^i) / 2, \quad b_{Rk}^i = (\beta_{Rk}^i + \gamma_{Rk}^i) / 2, \\ b_{Ik}^i &= (\beta_{Ik}^i - \gamma_{Ik}^i) / 2 \text{ のとき, すなわち } a = (\alpha + \delta) / 2, \\ b &= (\beta + \gamma) / 2, \text{ つまり, } C = A \text{ のときである. よって} \\ &(U - A) \perp (A - C), \text{ とくに, } (U - A) \perp (A - G) \text{ がいえる.} \end{aligned}$$

さて、 $U_0 := 2A - U$  とおくと、定義より

$$U_0 = \begin{pmatrix} \bar{\delta} & \bar{\beta} \\ \gamma & \alpha \end{pmatrix} \text{ であり, } U = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{pmatrix} \text{ が } {}^*UU = I \text{ を満たすこと}$$

から、 $U_0$  もそうであることがわかる。つまり、 $U_0 \in U(2m, 2n)$  である。さらに、

$2\text{Re} \langle G - A, U - A \rangle = 0$  であることを用いると、

$$\begin{aligned} \|G - U_0\|^2 &= \|(G - A) + (U - A)\|^2 \\ &= \|(G - A) - (U - A)\|^2 = \|G - U\|^2 \\ &\leq \|G - V\|^2, \text{ (任意の } V \in U(2m, 2n)) \end{aligned}$$

だから、定理 1.1 より、 $U_0 = u(G) = U$  であることがわかる。すなわち、

$$\begin{pmatrix} \bar{\delta} & \bar{\beta} \\ \gamma & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{pmatrix}, \text{ つまり, } \delta = \bar{\alpha}, \gamma = \bar{\beta} \text{ であることがわかるから,}$$

$$U = \begin{pmatrix} \alpha & \bar{\beta} \\ \beta & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \in A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n) \text{ がいえる.}$$

$h$  については、 $u(G) \in A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  と  $h(G) = {}^*u(G)G$  であることから示せる。

## § 2. $G(M, N)$ 内の曲線について

この節では、 $U(M, N)$ ,  $H(N)$ ,  $G(M, N)$  内の曲線について調べ、次いで、 $M = 2m, N = 2n$  の場合のそれ

について調べてみよう。

まず、 $U(M, N)$  内の測地線について、次が言える。

**定理 2.1**  $U(M, N)$  内の曲線  $U(t)$ , ( $\|U'(t)\| = 1$ ) が測地線であるための必要十分条件は、2 階の常微分方程式  $({}^*U(t)U'(t))' = 0$  が成り立つことである。ここに、 $'$  は、 $t$  による微分を表わす。

**注意**  ${}^*U(t)U'(t) = I$  は常に成り立つから、これを微分して、 $\text{Re}({}^*U(t)U'(t))' = 0$  は既に成り立っている。

**証明** [1] の定理 2.1 より、 $M = N$  のときは、定理が成り立つことはわかっている。すなわち、 $U(M, N)$  内の曲線  $V(t)$ , ( $\|V'(t)\| = 1$ ) が測地線であるための必要十分条件は、 $({}^*V(t)V'(t))' = 0$  である。さらに、これは  $\|V'(t)\| = C$ , ( $C$  は定数) としてよいこともわかっている。そこで  $M > N$  のときを考える。

$U(M, N)$  内の曲線  $U(t)$ , ( $\|U'(t)\| = 1$ ) に対して、 $U(M, M - N)$  内の曲線  $W(t)$  を追加して  $U(M, M)$  内の曲線  $V(t) := (U(t) : W(t))$  を作る。計数を取り替えて  $\|V'(t)\| = C$ , ( $C$  は定数) にしておく。

さて、 $U(t)$  が測地線ならば  $W(t)$  を適当に選べば、 $V(t)$  を測地線にできるし、逆に、 $V(t)$  が測地線ならば、 $U(t)$  は測地線である。 $M = N$  のときは、定理が成り立つから、このとき  $({}^*V(t)V'(t))' = 0$  が成り立つ。この方程式は、 ${}^*V(t)V'(t) = A$ , ( $A \in \text{Mat}(M, N)$ ) つまり、 $V'(t) = V(t)A$  と書けることと同値である。このことより、

$$\begin{aligned} \|U'(t)\|^2 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \bar{v}_k^j(t) v_k^j(t) \\ &= \sum_{j=1}^N \sum_{p, q, k=1}^M \bar{a}_p^j \bar{v}_k^q(t) v_k^q(t) a_p^j = \sum_{j=1}^N \sum_{p=1}^M \bar{a}_p^j a_p^j \end{aligned}$$

= 定数となる。すなわち、再び計数変換して  $U(t), V(t)$  はともに速さ = 定数としてよい。そして、

$$\begin{aligned} ({}^*V(t)V'(t))' &= 0 \text{ の一部に注目すると,} \\ ({}^*U(t)U'(t))' &= 0 \text{ が成り立つことがいえる.} \end{aligned}$$

さて、写像の変形の定義との関係で、 $G(M, N)$ ,  $H(N)$ ,  $U(M, N)$  内で、 $I^\circ$  とを結ぶ曲線の構成方法について述べることにする。

準備として、行列の無限和について復習しておく。 $A \in \text{Mat}(M, M)$  に対して、

$$\exp(A) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k,$$

$$\log(A) := \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k a^k} (A - aI)^k + (\log a)I$$

( $a > 0$  は十分大きく固定) と定義する。 $\log(A)$  の定義

は、右辺を  $a$  で微分すれば  $O$  になることから、 $a$  の取り方によらないことを注意しておく。

まず、 $U(M, N)$  内の曲線について調べよう。

定理 2.1 の証明にもあるように、 $M=N$  のとき、測地線の方程式は  $U(t)U'(t)=A$ , ( $A \in \text{Mat}(M, M)$ ) と同値であり、さらにこれは、 $U(t)=B \exp(tA)$ , ( $B \in U(M, N)$ ) と同値である。特に、 $I$  と  $U$  とを結ぶ測地線は、 $U(t)=\exp(tA)$ , ( $A := \log(U)$ ) である。この曲線は、次のようにしても構成できる。 $U \in U(M, N)$  に対して、Unitary 行列は正規行列だから対角化でき、 $U=VP^*V$ , ( $V \in U(M, M)$ ,  $P$  は対角行列) と書けるが、 $P$  の対角成分を  $p_j$  とするとき、 $(p_j)^t = \exp(t \text{Log} p_j)$  を対角成分とする対角行列を  $P^t$  とし、 $U(t) := VP^t*V$  とおくと、これが  $I$  と  $U$  を結ぶ  $U(M, M)$  内の曲線で、しかも測地線の方程式を満たすものである。

また、 $M>N$  のときは、定理 2.1 の証明にあるように  $U \in U(M, N)$  の列ベクトルを増やし、 $V := (U : W) \in U(M, M)$  を作り、これに対して、前記のことを考えれば、 $I$  と  $V$  を結ぶ  $U(M, M)$  内の測地線  $V(t)$  が存在するが、その第 1 列から第  $N$  列までを取り出した  $M \times N$  行列を考えると、これは、 $I^0$  と  $U$  とを結ぶ測地線である。すなわち、 $(U(t)U'(t))' = O$  が成り立つ。そして、この場合  $U(t)U'(t) = C$ , ( $C \in \text{Mat}(M, N)$ ) となる。さらに、 $M=N$  のときに述べたように、 $V(t) = \exp(tA)$ , ( $A := \log(V)$ ) として構成した  $V(t)$  の第 1 列から第  $N$  列を取り出しても構成できる。くわえて、 $U(t) := I^0 \exp(tA)$  は、測地線の方程式を満たすことを注意しておく。

次に、 $H(N)$  内の曲線については、様々な形の曲線が考えられるが、ここでは、次のような二種類の形の曲線を構成するにとどめる。

$H(N)$  内の測地線  $H(t)$  は、 $H''(t) = O$  を満たすものである。すなわち、局所的に  $H(t) = H_1 t + H_2$ , ( $H_1, H_2 \in H(N)$ ) と書ける。特に、 $I$  と  $H \in H(N)$  を結ぶ測地線は、 $H(t) = (1-t)I + tH = V((1-t)I + tA)*V$  であり、これは、固有値が  $t$  に関して線形の曲線である。

また、 $H = V\Lambda^*V \in H(N)$  に対して、 $\Lambda$  の対角成分を  $\lambda_j$  とするとき、 $(\lambda_j)^t = \exp(t \log \lambda_j)$  を対角成分とする対角行列を  $\Lambda^t$  とし、 $H(t) := V\Lambda^t*V$  とおくと、これは、 $I$  と  $H$  を結ぶ  $H(N)$  内の曲線で、各固有値が 1 から  $\lambda_j$  に単調に変化し、しかも、2 階の常微分方程式  $(H^{-1}(t)H'(t))' = O$  を満たす。すなわち、

$H(t) = \exp(tB)$ , ( $B := \log(H)$ ) と書ける。

いずれにしても、 $t$  に関して実解析的な  $U(M, N)$  内の曲線  $U(t)$  や  $H(N)$  内の曲線  $H(t)$  が存在することがわかる。従って  $U(t)H(t)$  を考えることにより  $G(M, N)$  内の曲線について次の定理が成り立つ。

定理 2.2 任意の  $G \in G(M, N)$  は  $G(M, N)$  内の実解析的な曲線で  $I^0$  と結べる。とくに、 $G(M, N)$  は連結である。

さて、今度は  $A(2m, 2n)$  内の曲線について同様のことを調べてみよう。まず、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  の連結性について次の定理が成り立つ。

定理 2.3  $m=n$  のとき、 $A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m)$  は 2 つの連結成分  $A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m) \cap \{\det G = 1\}$  と  $A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m) \cap \{\det G = -1\}$  に分解される。また、 $m>n$  のとき、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  は連結である。

証明 まず  $m=n$  のとき、 $\omega := A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m) \cap \{\det G = 1\}$  が連結であることを示そう。このとき同様に、 $A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m) \cap \{\det G = -1\}$  の連結性も示される。

1 に十分近い  $\lambda_k (\neq 1)$ , ( $|\lambda_k| = 1, k = 1, \dots, m$ ) に対し、それらを対角成分とする対角行列を  $\Lambda$  とすると、 $E := \begin{pmatrix} \Lambda & O \\ O & \Lambda \end{pmatrix} \in \omega$  は、 $I = \begin{pmatrix} I & O \\ O & I \end{pmatrix}$  に十分近く、

従って、多様体の局所弧状連結性によって、 $I$  と弧状連結な固有値がすべて 1 と異なる行列である。よって任意の  $U \in \omega$  に対して  $V := EU \in \omega$  を考えると、これは、 $U$  と弧状連結であり、 $P \in U(2m, 2m)$  により対角化したとき、その固有値がすべて  $-1$  と異なる行列であるようにできる。従って、 $PV*P = M$  とすれば、 $M$  の対角成分  $\mu_k$  と  $0 \leq t \leq 1$  に対して、 $(1-t) + t\mu_k \neq 0$  だから、 $V(t) := (1-t)I + tV = *P((1-t)I + tM)P$  は  $A(2m, 2m) \cap G(2m, 2m)$  の元で、つまり、 $\det V(t) \neq O$  である。しかも  $\det U = 1$  より  $\det V = 1$  であり、 $\det I = 1$  から  $\det V(t) > 0$  がいえる。このとき、定理 1.5 より、 $U(t) := u(V(t))$  とおくと、これは、 $I$  と  $V$  を結ぶ  $\omega$  内の曲線である。かくして、 $U$  は  $I$  と弧状連結となり  $\omega$  の連結性がいえる。

次に、 $m>n$  のとき、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  が連結であることを示す。

任意の  $U \in A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  は、列ベクトルを追加して、 $A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m)$  の元  $V$  に拡張できるが、必要ならば  $V$  の第  $m$  列と第  $2m$  列を入れ

換えて  $\det V = 1$  とできる。するとこの証明の前半部分より、 $V$  と  $I$  を  $A(2m, 2m) \cap U(2m, 2m)$  内で結ぶ曲線  $V(t)$  が存在するが、この  $V(t)$  の第 1 列から第  $n$  列と第  $m+1$  列から第  $m+n$  列までを取り出してできる  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内の曲線を考えると、これは  $U$  が  $I_0$  と弧状連結であることを与える。

また、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内の測地線について次がいえる。

**定理 2.4**  $U(t)$  が、十分近い  $U_1, U_2 \in A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  を結ぶ  $U(2m, 2n)$  内の測地線ならば、実は  $U(t)$  は  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内の測地線である。

**証明** 計数  $t$  を省略する。  $U$  は測地線だから

$(*UU)' = 0$  を満たす。そこで、

$U = \begin{pmatrix} P & R \\ Q & S \end{pmatrix}$  とし、 $V := \begin{pmatrix} \bar{S} & \bar{Q} \\ \bar{R} & \bar{P} \end{pmatrix}$  とおくと、これは、やはり  $U(2m, 2n)$  内の曲線で、 $(*VV)' = 0$  を満たす。すなわち、測地線である。しかも、 $U_1, U_2$  を通る。よって、測地線の局所一意性から  $V=U$  である。かくして、 $R=\bar{Q}, S=\bar{P}$  がいえ、 $U \in A(2m, 2n)$  がいえる。

それでは、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内の曲線について、この節の前半と同様の  $I_0$  とを結ぶ曲線の構成を行おう。

$m=n$  のときは、 $\det = 1$  である連結成分  $\omega$  の元  $U$  に対してのみ、この節の前半で構成した  $U(t) := \exp(tA)$ 、( $A := \log(U) \in A(2m, 2n)$ ) は、 $I$  と  $U$  とを結ぶ  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2m)$  内の曲線になっている。

$m > n$  のときは、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  は連結だから、その元  $U$  に対し、 $I_0$  とを結ぶ  $U(2m, 2n)$  内の測地線が存在するが、定理 2.4 により、それは、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内の曲線である。

次に、 $A(2n, 2n) \cap H(2n, 2n)$  内の曲線については、 $H \in A(2n, 2n) \cap H(2n, 2n)$  に対して、この節の前半で構成した  $H(t) := (1-t)I + tH$  および  $H(t) := \exp(tB)$ 、( $B := \log(H) \in A(2n, 2n)$ ) は、ともに  $I$  と  $H$  を結ぶ  $A(2n, 2n) \cap H(2n, 2n)$  内の曲線である。

いずれにしても、 $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内、および、 $A(2n, 2n) \cap H(2n, 2n)$  内で、 $I_0$  とを結ぶ実解析的曲線が存在することがわかる。

以上のことから、 $A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)$  内の曲線について次のことがわかる。

**定理 2.5**

(1)  $\det G > 0$  なる  $G \in A(2m, 2m) \cap G(2m, 2m)$  に対して、 $I$  と  $G$  とを結ぶ  $A(2m, 2m) \cap G(2m, 2m)$  内の実

解析的曲線が存在する。

(2)  $m > n$  のとき、 $G \in A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)$  に対して、 $I_0$  と  $G$  とを結ぶ  $A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)$  内の実解析的曲線が存在する。

以上のようにして、行列空間の曲線についていろいろ調べてきたが、この論文の最後に、これらの定理の発展性について一言述べておく。

$C^n$  内の領域  $D^0$  から  $D^1$  への双正則写像  $f$  に対して、 $[0, 1] \times D^0$  から  $C^m$  への写像  $g$  が、 $t$  を固定したとき値域への同型写像で、

$$g_k(0, z) = \sum_{j=1}^m \delta_{kj} z_j, \quad g_k(1, z) = \sum_{j=1}^m \delta_{kj} f_j(z)$$

を満たすとき、 $g$  を  $f$  の変形ということにする。

$f$  の変形  $g$  は、たくさん考えられるが、その

$$\text{Jacobian 行列 } Jg(t, z) = \begin{pmatrix} A(t, z) & \bar{B}(t, z) \\ B(t, z) & \bar{A}(t, z) \end{pmatrix}$$

$$\left( A := -\frac{\partial g}{\partial z}, B := -\frac{\partial \bar{g}}{\partial \bar{z}} \right) \text{ がある種の条件を満たすよ}$$

なものがあるかどうかの問題になる。たとえば、 $Jg$  の Hermite 部分が、領域内のすべての点に対して、この節で構成した  $(H^{-1}H)' = 0$  を満たす曲線になるような写像の変形を構成できれば、この写像の変形は、双正則写像の境界への接続定理の証明に利用できると思われる。

定理 2.5 で注意すべきことは、 $I_0$  と  $G$  とを結ぶ  $A(2m, 2n) \cap G(2m, 2n)$  内の曲線の単なる存在性でなく、 $I_0$  と  $u(G)$  とを結ぶ  $A(2m, 2n) \cap U(2m, 2n)$  内の実解析的曲線と  $I$  と  $h(G)$  を結ぶ  $A(2n, 2n) \cap H(2n, 2n)$  内の実解析的曲線とが独立に構成できるということである。これは、写像の変形を定義するとき、その Jacobian 行列の Hermite 部分を指定した変形を定義できる可能性があることを意味する。実際、[1]において、領域の 1 点だけに限れば、そのような写像の変形は、構成できることを示した。そして、先に述べたように、大域的にこれが構成できれば、この写像の変形は、双正則写像の境界への接続定理を始め、他の方面への方法論として、広く利用できると思われる。

## 参考文献

[1] 坂西文俊； $GL(N, C)$  の分解と接続定理について、

有明工業高等専門学校紀要 No24(1988), 71-84

## ある非線型微分方程式の 離散的な反復解の収束性について

荒 木 真

〈昭和63年 8 月 8 日受理〉

### On the Convergence of a Discrete Iterative Solution for a Non-linear P. D. E.

The large deflection in a thin elastic plate is described by the non-linear partial differential equations (von Karman equations). For the case of a circular plate under uniform normal pressure, the equations are reduced to two non-linear ordinary differential equations. In this paper, we define the discrete iterates using the Green's functions and the equivalent integral equations, and consider the behavior of this iterative procedure.

Makoto ARAKI

#### 1. はじめに

薄板の大きなたわみを伴う曲げ問題は二つの非線形偏微分方程式 (the v. Karman equations) によって記述される。特に円形で一様な横荷重  $q$  を受ける場合は変位を  $w$ ,  $F$  を Airy の応力関数とすると中心を極とする極座標を用いて

$$(1.1a) \quad \Delta \Delta w = \frac{h}{D} L(w, F) + \frac{q}{D}$$

$$(1.1b) \quad \Delta \Delta F = -\frac{E}{2} L(w, w)$$

と表される、ただし

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r}, \\ L(w, F) &= \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial F}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial r} \right), \end{aligned}$$

$E$  は Young 率,  $h$  は厚さ,  $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ ,  $\nu$  はポアソン比とする (チモシェンコ [1], P 394 参照)。ただし関数の滑らかさと領域における対称性により, 中心  $r=0$  において次の境界条件を仮定する。

$$(1.1c) \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial r} = 0.$$

すると、この場合  $r$  で積分することが出来て次の形を得る。

$$(1.2a) \quad r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{dw}{dr} = \frac{h}{D} \frac{dF}{dr} \frac{dw}{dr} + \frac{q}{2D} r^2,$$

$$(1.2b) \quad r \frac{d}{dr} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{dF}{dr} = -\frac{E}{2} \left( \frac{dw}{dr} \right)^2.$$

無次元化をおこなうためにまず,  $x=r/R$  ( $R$  は円の半径) とおくと

$$(1.3a) \quad x \frac{d}{dx} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} x \frac{dw}{dx} = \frac{h}{D} \frac{dF}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{qR^2}{2D} x^2,$$

$$(1.3b) \quad x \frac{d}{dx} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} x \frac{dF}{dx} = -\frac{E}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2.$$

さらに

$$(1.4) \quad \frac{dF}{dx} = \frac{D}{h} \beta(x), \quad \frac{dw}{dx} = \sqrt{\frac{D}{Eh}} \alpha(x), \\ Q = \frac{qR^2}{2D} \sqrt{\frac{Eh}{D}}$$

とおくと, 次の二つの常微分方程式を得る。

$$(1.5a) \quad (x\alpha'(x))' - \frac{1}{x} \alpha(x) = \alpha(x)\beta(x) + Qx^2,$$

$$(1.5b) \quad (x\beta'(x))' - \frac{1}{x} \beta(x) = -\frac{1}{2} \alpha^2(x).$$

境界条件については  $w(x), F(x)$  の滑らかさ、対称性により, 円の中心  $x=0$  では (1.1c) より

$$(1.5c) \quad \alpha(0) = 0, \quad \beta(0) = 0.$$

また、ここでは円の端  $x=1$  においては周囲が固定されている、放射方向の変位がないとして

$$(1.5a) \quad \alpha(1)=0, \beta'(1)=\nu\beta(1)$$

とおく。(境界条件は周辺の状態によっては別の違った形に置かれる。)

## 2. Green 関数と積分方程式

微分作用素  $L=x\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d}{dx}-\frac{1}{x}$  と境界条件(1.5c), (1.5a) に対する Green 関数は次のようになる。

$$(2.1a) \quad g_\alpha(x, \xi) = \frac{1}{2} \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right) \xi \cdot H(x - \xi) + x \left(\xi - \frac{1}{\xi}\right) \cdot H(\xi - x) \right\},$$

$$(2.1b) \quad g_\beta(x, \xi) = -\frac{1}{2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \left\{ \left(x + \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{1}{x}\right) \xi \cdot H(x - \xi) + \left(\xi - \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{1}{\xi}\right) \cdot H(\xi - x) \right\}.$$

ただし、 $H(x)$  はヘビサイド関数で、 $x$  が負なら 0、正なら 1 である。この Green 関数は  $0 < x, \xi < 1$  において常に負であることを注意しておく。すると微分方程式(1.1a), (1.1b), 境界条件(1.5c), (1.5a) は次の積分方程式と同値となる。

$$(2.2a) \quad \alpha(x) = \int_0^1 g_\alpha(x, \xi) \alpha(\xi) \beta(\xi) d\xi + \frac{Q}{8} x(x^2 - 1),$$

$$(2.2b) \quad \beta(x) = -\frac{1}{2} \int_0^1 g_\beta(x, \xi) \alpha^2(\xi) d\xi.$$

ただし、次の積分を計算しておいた。

$$\int_0^1 g_\alpha(x, \xi) \xi^n d\xi = \frac{1}{8} x(x^n - 1).$$

そこで、次の漸化式をつくる。

$$(2.3) \quad \alpha_0(x) = 0$$

$$(2.3a) \quad \alpha_{n+1}(x) = \int_0^1 g_\alpha(x, \xi) \alpha_n(x) \beta_n(x) d\xi + \frac{Q}{8} x(x^2 - 1),$$

$$(2.3b) \quad \beta_{n+1}(x) = -\frac{1}{2} \int_0^1 g_\beta(x, \xi) \alpha_{n+1}^2(\xi) d\xi.$$

## 3. 離散的な反復解

区間  $[0, 1]$  を  $N$  等分する、各分点  $p/N = pH$  ( $p=0, 1, \dots, N$ ) での関数  $\phi$  の値を簡単の為  $\phi(p)$  と表す。

離散的な積分作用素  $I_a, I_b$  を次のように置く。

$$(3.1) \quad I_a[\phi(p)] = \frac{H}{2} \left\{ \left(pH^2 - \frac{1}{p}\right) \sum_{k=1}^p k \phi(k) + p \sum_{k=p+1}^N \left(kH^2 - \frac{1}{k}\right) \phi(k) \right\},$$

$$(3.2) \quad I_b[\phi(p)] = -\frac{H}{2} \frac{1+\nu}{1-\nu} \left\{ \left(pH^2 + \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{1}{p}\right) \sum_{k=1}^p \phi(k) + p \sum_{k=p+1}^N \left(kH^2 + \frac{1-\nu}{1+\nu} \frac{1}{k}\right) \phi(k) \right\}.$$

そこで、(2.3a), (2.3b) をもとに次の離散的な反復公式をつくる。

$$(3.3a) \quad a_0(p) = 0 \quad (p=0, 1, 2, \dots, N),$$

$$(3.3a) \quad a_{n+1}(p) = I_a[a_n(p) b_n(p)] + \frac{Q}{8} pH \{(pH)^2 - 1\},$$

$$(3.3b) \quad b_{n+1}(p) = -\frac{1}{2} I_b[a_{n+1}^2(p)].$$

この離散的な反復列  $\{a_n(p), b_n(p)\}_{n=0, 1, \dots}$  が収束すれば、その極限值  $a(p), b(p)$  を微分方程式(1.5a), (1.5b), (1.5c), (1.5a) の離散的な解の点  $p$  における値とみるわけである。さて、 $I_a, I_b$  は次の性質をもっている。この性質は非常に重要である。

$$(3.4) \quad \phi(p) > 0 \text{ に対して } I_a[\phi(p)] < 0,$$

$$\phi(p) < 0 \quad // \quad I_a[\phi(p)] > 0,$$

$I_b[\phi(p)]$  に関しても同様。

(3.3a), (3.3b) を一つにまとめると次の形になる。

$$(3.5) \quad a_{n+1}(p) = -\frac{1}{2} I_a[a_n(p) I_b[a_n^2(p)]] + \frac{Q}{8} pH \{(pH)^2 - 1\}.$$

## 4. 有界性について

定理 1 もし、 $a_2(p) \leq 0$  ( $p=0, 1, \dots, N$ ) ならば、 $\{a_n(p)\}$  は有界である。詳しく言えば

$$(4.1) \quad 0 = a_0(p) \geq \dots \geq a_{2m}(p) \geq a_{2m+2}(p) \geq \dots \\ \dots \geq a_{2m+1}(p) \geq a_{2m-1}(p) \geq \dots \geq a_1(p).$$

証明 公式(3.5)より

$$(4.2) \quad a_1(p) - a_j(p) \\ = -\frac{1}{2} \{I_a[(a_{j-1}(p) - a_{j-1}(p))I_b[a^{2_{j-1}}(p)]] \\ + I_a[a_{j-1}(p)I_b[a^{2_{j-1}}(p) - a^2_{j-1}(p)]]\}, \\ a_1 = -\frac{Q}{8} pH \{1 - (pH)^2\} \leq 0.$$

$I_a, I_b$ の性質(3.4)を用いて,

$$a_2(p) - a_1(p) \\ = -\frac{1}{2} I_a[a_1(p)I_b[a^2(p)]] \geq 0.$$

よって, 定理の仮定を考慮して,

$$(4.3) \quad 0 = a_0(p) \geq a_2(p) \geq a_1(p).$$

$$a_2(p) - a_3(p) \\ = -\frac{1}{2} \{I_a[(a_1(p) - a_2(p))I_b[a^2(p)]] \\ + I_a[a_2(p)I_b[a^2(p) - a_2^2(p)]]\} \geq 0.$$

$$(4.4) \quad \therefore a_2(p) \leq a_3(p).$$

$$a_3(p) - a_1(p) \\ = -\frac{1}{2} \{I_a[(a_2(p) - a_0(p))I_b[a^2(p)]] \\ + I_a[a_0(p)I_b[a^2(p) - a_0^2(p)]]\} \geq 0.$$

$$(4.5) \quad \therefore a_3(p) \geq a_1(p).$$

したがって, (4.3), (4.4), (4.5)より,

$$(4.6) \quad a_0(p) \geq a_2(p) \geq a_3(p) \geq a_1(p).$$

数学的帰納法により次の仮定をおく,

$$(4.7) \quad 0 \geq a_0(p) \geq \dots \geq a_{2m-2}(p) \geq a_{2m}(p) \geq \dots \\ \dots \geq a_{2m+1}(p) \geq a_{2m-1}(p) \geq \dots \geq a_1(p).$$

このとき,

$$a_{2m}(p) - a_{2m-2}(p) \\ = -\frac{1}{2} \{I_a[(a_{2m-1}(p) - a_{2m+1}(p))I_b[a^{2_{2m-1}}(p)]] \\ + I_a[a_{2m-1}(p)I_b[a^{2_{2m-1}}(p) - a^2_{2m+1}(p)]]\} \geq 0.$$

$$(4.8) \quad \therefore a_{2m}(p) \geq a_{2m+2}(p).$$

$$a_{2m+2}(p) - a_{2m+1}(p)$$

$$= -\frac{1}{2} \{I_a[(a_{2m+1}(p) - a_{2m}(p))I_b[a^{2_{2m+1}}(p)]] \\ + I_a[a_{2m+1}(p)I_b[a^{2_{2m+1}}(p) - a^2_{2m}(p)]]\} \geq 0.$$

$$(4.9) \quad \therefore a_{2m+2}(p) \geq a_{2m+1}(p).$$

$$a_{2m+3}(p) - a_{2m+1}(p) \\ = -\frac{1}{2} \{I_a[(a_{2m+2}(p) - a_{2m}(p))I_b[a^{2_{2m+2}}(p)]] \\ + I_a[a_{2m+2}(p)I_b[a^{2_{2m+2}}(p) - a^2_{2m}(p)]]\} \geq 0.$$

$$(4.10) \quad \therefore a_{2m+3}(p) \geq a_{2m+1}(p).$$

$$a_{2m+2}(p) - a_{2m+3}(p) \\ = -\frac{1}{2} \{I_a[a_{2m+1}(p) - a_{2m+3}(p)]I_b[a^{2_{2m+2}}(p)]] \\ + I_a[a_{2m+1}(p)I_b[a^{2_{2m+1}}(p) - a^2_{2m+2}(p)]]\} \geq 0.$$

$$(4.11) \quad \therefore a_{2m+2}(p) \geq a_{2m+3}(p).$$

したがって, すべての  $n = 0, 1, 2, \dots$  について(4.1)がなりたつ.

定理 2  $p = 0, 1, 2, \dots, N$  について,  $a_2(p) \leq 0$ , かつ

$$|\frac{1}{2} I_a[I_b[a^2(p)]] + I_a[a_1(p)I_b[a_1(p)]]| \leq 1$$

であれば, 反復列  $\{a_n(p)\}_{n=0,1,2,\dots}$  は収束する.

証明  $\|\phi\| = \text{Max}_{0 \leq p \leq N} |\phi(p)|$  とおく.

$I_a, I_b$ の性質(3.4)と  $0 \geq a_n(p) \geq a_1(p)$ であることを用いて,

$$|a_n(p) - a_{n-1}(p)| \\ = |-\frac{1}{2} \{I_a[(a_{n-1}(p) - a_{n-2}(p))I_b[a^{2_{n-1}}(p)]] \\ + I_a[a_{n-1}(p)I_b[a^{2_{n-1}}(p) - a^2_{n-2}(p)]]\}| \\ \leq \|a_{n-1} - a_{n-2}\| \cdot \frac{1}{2} \{I_a[I_b[a^{2_{n-1}}(p)]] \\ + I_a[a_{n-2}(p)I_b[a_{n-1}(p) + a_{n-2}(p)]]\} \\ \leq \|a_{n-1} - a_{n-2}\| \cdot \frac{1}{2} \{I_a[I_b[a_1^2(p)]] \\ + I_a[a_1(p)I_b[2a_1(p)]]\}.$$

ここで,

$$K = \frac{1}{2} \|I_a[I_b[a_1^2]] + 2I_a[a_1 I_b[a_1]]\|$$

とおけば,

$$\|a_n - a_{n-1}\| \leq K \|a_{n-1} - a_{n-2}\| \\ \leq K^{n-1} \|a_1 - a_0\| \\ \leq K^{n-1} \text{Max}_{0 \leq x \leq 1} \frac{Q}{8} x(1-x^2)$$

$$\leq K^{n-1}2Q/3\sqrt{3}$$

したがって、もし  $0 < K < 1$  であれば、 $n \rightarrow \infty$  のとき  $|a_n - a_{n-1}| \rightarrow 0$  となって  $\{a_n(p)\}_{n=0,1,2,\dots}$  は  $p$  に関して一様に収束する。また、この時極限值  $a(p)$  と反復解  $a_n(p)$  との差は

$$\begin{aligned} a_n(p) &= a_0(p) + \sum_{i=1}^n (a_i(p) - a_{i-1}(p)) \text{ より} \\ |a(p) - a_n(p)| &\leq \sum_{i=n+1}^{\infty} |a_i(p) - a_{i-1}(p)| \\ &\leq K^n 2Q/3\sqrt{3}(1-K). \end{aligned}$$

変位  $w(x)$  は  $a(x)$  との関係式(1.4)と境界条件  $w(1) = 0$  により、

$$w(x) = -\sqrt{\frac{D}{Eh}} \int_x^1 a(t) dt.$$

変位  $w(x)$  の離散的な近似値は反復解  $a_n(p)$  から、次の式で計算する。

$$(4.12) \quad w_n(p) = -\sqrt{\frac{D}{Eh}} \sum_{k=p}^N a_n(k) H.$$

## 5. 反復解 $\{a_n(p)\}$ が収束するための $Q$ の値について

定理 1 において  $\{a_n(p)\}_{n=0,1,\dots}$  が有界となるための条件として  $a_2(p) \leq 0$  をおいた、このことをもう少し詳しくしらべてみる。

$$f(p) = pH(1 - (pH)^2) \text{ とおくと}$$

$$a_1(p) = -\frac{Q}{8} f(p) \leq 0.$$

$$\begin{aligned} a_2(p) &= -\frac{1}{2} I_a [a_1(p) I_b [a_1^2(p)]] - \frac{Q}{8} f(p) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{8}\right)^3 I_a [f(p) I_b [f^2(p)]] - \frac{Q}{8} f(p) \\ &= \frac{Q}{8} f(p) \left\{ \left(\frac{Q}{8}\right)^2 \frac{I_a [f(p) I_b [f^2(p)]]}{2f(p)} - 1 \right\}. \end{aligned}$$

ゆえに、すべての  $p(=0, 1, 2 \dots N)$  について  $a^2(p) \geq 0$  となるには、

$$\text{Max} \left( \frac{Q}{8} \right)^2 \frac{I_a [f(p) I_b [f^2(p)]]}{2f(p)} < 1.$$

$$\therefore 0 \leq Q < 8 / \left( \text{Max}_{1 \leq p \leq N-1} \frac{I_a [f(p) I_b [f^2(p)]]}{2f(p)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

したがって、

$$(5.1) \quad Q^* = 8 / \left( \text{Max}_{1 \leq p \leq N-1} \frac{I_a [f(p) I_b [f^2(p)]]}{2f(p)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

とおけば、 $Q$  が  $0 \leq Q \leq Q^*$  であれば、定理 1 より  $a_2(p) \leq 0$  となり反復解  $\{a_n(p)\}$  は有界となる。

定理 2 において反復解  $\{a_n(p)\}$  が収束する条件として

$K < 1$  を与えておいた。このことをもう少し詳しくしらべてみる。

$$1 > \frac{1}{2} \|I_a [I_b [a_1^2]] + 2I_a [a_1 I_b [a_1]]\|$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{Q}{8}\right)^2 \|I_a [I_b [f^2]] + 2I_a [f I_b [f]]\|.$$

$$\therefore Q < 8\sqrt{2} / (\|I_a [I_b [f^2]] + 2I_a [f I_b [f]]\|)^{\frac{1}{2}}.$$

$$Q^{**} = 8\sqrt{2} / (\|I_a [I_b [f^2]] + 2I_a [f I_b [f]]\|)^{\frac{1}{2}}$$

とおけば、つぎの結果を得る。

定理 3  $0 \leq Q < Q^*$  かつ  $0 \leq Q < Q^{**}$  であれば、反復解  $\{a_n(p)\}_{n=0,1,2,\dots}$  は収束する。(数値的には  $Q^{**} < Q^*$  となりそうなのだが証明はできていない。)

## 6. 数値例

区間  $0 \leq x \leq 1$  を  $N$  等分して、 $Q^*$ 、 $Q^{**}$  および、反復解  $a_n(p)$ 、 $w_n(p)$  を計算してみよう。簡単のため、ポアソン比  $\nu = 0.3$ 、 $D/Eh = 1$  とする。(計算は NEC-PC-9801VX を用いた。)

$N = 100$  のとき

$$Q^* = 125.146$$

$$Q^{**} = 75.0974$$

$N = 50$  のとき

$$Q^* = 125.13$$

$$Q^{**} = 75.0835$$

したがって、 $Q \leq \text{Min}(Q^*, Q^{**})$  であれば反復解は収束するのであるから(定理 3)、ここでは  $Q = 60$  とおいてみる。以下  $N = 100$  として計算した。

Fig. 1 は定理 1 に主張される反復解の収束の様子を見ることが出来る。Fig. 3 は近似解  $a_{10}(p)$  によって計算される変位  $w_{10}(p)$  を三次元的に図示した。ついでに、単純支持の場合を表す  $x = 1$  での境界条件

$$(1.5a) \quad \alpha'(1) = -\nu\alpha(1), \quad \beta'(1) = \nu\beta(1)$$

を与えて考察し、その収束の様子を Fig. 2、また変位の近似解  $w_{10}(p)$  を Fig. 4 に示した。ただし、荷重パラメータは  $Q = 8$  とした。(  $Q^*$ 、 $Q^{**}$  の値はそれぞれ 14.9、9.9 となり  $Q = 60$  では発散する。)

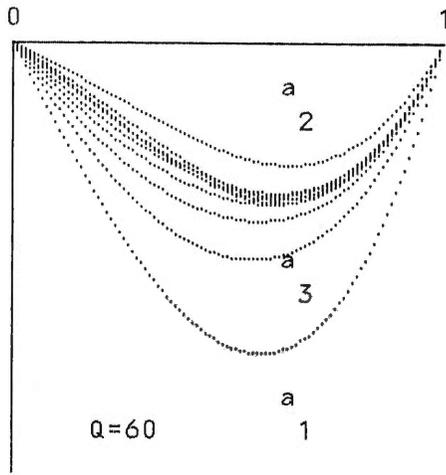


Fig. 1

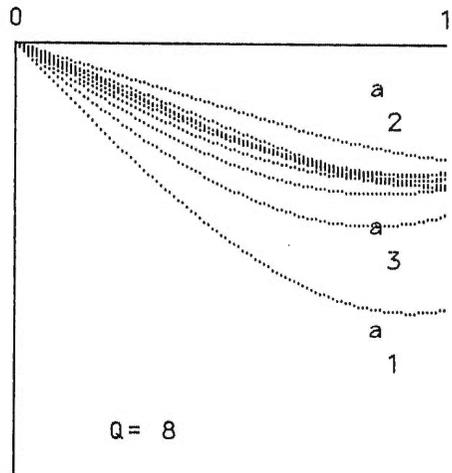


Fig. 2

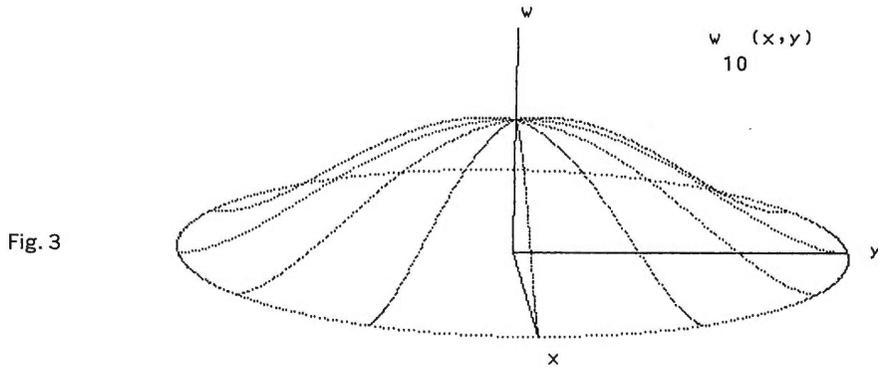


Fig. 3

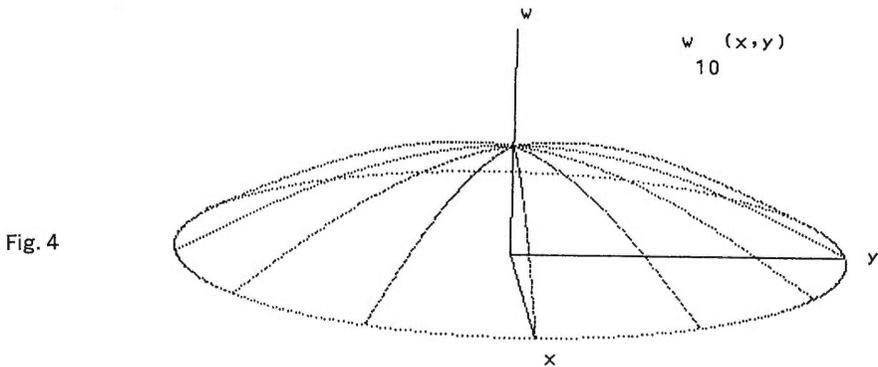


Fig. 4

参考文献

1) チモシェンコ・ヴォアノフキークリガー：板とシェルの理論，ブレイン図書（1973）  
 2) С・Л・ソボレフ：物理数学の方程式II（共立全書524），共立出版株式会社（昭和37年）

3) ミカエル・D・グリーンベルグ：応用グリーン関数〈境界要素の基礎〉，ブレイン図書（昭和58年）  
 4) Keller, H., & E. Riss: Non-linear bending of circular plates. Comm. Pure Appl. Math., 11 (1958)



# 畳み込み $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$ の数値計算法について

山下 巖・木村 剛 三\*

〈昭和63年9月21日受理〉

## A Numerical Method of the Convolution $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$

In our preceding paper published (part I and II), we showed a new successive approximation method of the integral equation and a few computed numerical example. In their calculations we approximate the integrand  $k(t-\tau)f(\tau)$  as a linear equation of  $\tau$  and integrated it by the trapezoidal's rule.

Then, in the present paper, we focus our interest on a numerical integral method of the convolution  $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$ , and argue about a few approximation method of the integrand  $k(t-\tau)f(\tau)$ . We approximate the integrand  $k(t-\tau)$  and  $f(\tau)$  as a linear equation or a quadratic equation of  $\tau$ , respectively.

Finally, we apply the new approximation method for some examples and give some satisfactory results.

Iwao YAMASHITA and Gozo KIMURA

### 1. はじめに

本報告は本校紀要第23号, 第24号に発表した「畳み込み  $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$  における未知関数  $f(t)$  を求める逐次近似解法」の続編をなすものである。基本的な問題は前回までで終わっているのであるがそのとき用いた数値積分法は最も簡単な  $k(t-\tau)f(\tau)$  を  $\tau$  の1次式で近似し台形法によっていた。本報告では, その方法と  $k(t-\tau)$ ,  $f(\tau)$  をそれぞれ  $\tau$  の1次式, 2次式で近似した場合の計算式を求め, 例題についてその計算法の有効性を検証したものである。

### 2. 畳み込みの数値積分

$$u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau \quad (0 \leq t < \infty) \quad (2.1)$$

において  $k(t)$ ,  $f(t)$  は  $t=0, h, 2h, \dots, ih, \dots, nh$  の離散的な値に対して与えられ,  $t$  のそれぞれの値に対応して

$$k(ih) = k_i, f(ih) = f_i \quad (i=0, 1, 2, \dots, n)$$

また,  $u(t)$  に対しても  $u(ih) = u_i$  とする。

そのとき,

$$u_i = u(ih) = \int_0^{ih} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=0}^{i-1} \int_{jh}^{(j+1)h} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau \\ &= \sum_{j=0}^{i-1} I_{ij} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\text{但し } I_{ij} = \int_{jh}^{(j+1)h} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau$$

とすることができる。この  $I_{ij}$  をどのようにして求めるかについてはいろいろ考えられるが, 本報告では次の3つの方法を試みた。

### 3. 近似計算 I

第I報および第II報のときも用いた方法で  $k(t-\tau)f(\tau)$  を1つの関数として台形法で積分する。

$$\begin{aligned} I_{ij} &= \int_{jh}^{(j+1)h} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau \\ &\approx \frac{1}{2}h[k\{(i-j)h\}f(jh) \\ &\quad + k\{(i-j-1)h\}f\{(j+1)h\}] \\ &= \frac{1}{2}h\{k_{i-j}f_j + k_{i-j-1}f_{j+1}\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

ゆえに

$$u_0 = u(0) = 0$$

$$u_1 = u(h) = \frac{1}{2}h(k_1f_0 + k_0f_1)$$

$$u_2 = u(2h) = \frac{1}{2}h(k_2f_0 + 2k_1f_1 + k_0f_2)$$

\* 有明工業高等専門学校 名誉教授

$$u_i = \frac{1}{2}h\{k_i f_0 + 2(k_{i-1}f_1 + k_{i-1}f_2 + \dots + k_1 f_{i-1}) + k_0 f_i\} \quad (3.2)$$

を得る。

#### 4. 近似計算 II

$k(t-\tau)$ ,  $f(\tau)$  をそれぞれ  $\tau$  の 1 次式で近似する。

(2.2) において

$$\bar{\tau} = \tau - jh \quad (4.1)$$

の変換をすれば

$$I_{ij} = \int_0^h k\{(i-j)h - \bar{\tau}\} f(ih + \bar{\tau}) d\bar{\tau} \quad (4.2)$$

となる。ここで

$$\left. \begin{aligned} k\{(i-j)h - \bar{\tau}\} &= a\bar{\tau} + b \\ f(jh + \bar{\tau}) &= c\bar{\tau} + d \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

とおけば  $\bar{\tau}=0$ ,  $h$  の条件から

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{h}(k_{i-j-1} - k_{i-j}), \quad b = k_{i-j} \\ c &= \frac{1}{h}(f_{j+1} - f_j), \quad d = f_j \end{aligned}$$

となる。これから

$$\begin{aligned} I_{ij} &= \int_0^h (a\bar{\tau} + b)(\bar{\tau} + d) d\bar{\tau} \\ &= \frac{1}{6}h\{(2k_{i-j} + k_{i-j-1})f_j + (k_{i-j} + 2k_{i-j-1})f_{j+1}\} \end{aligned} \quad (4.4)$$

を得る。ゆえに

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 \\ u_1 &= \frac{1}{6}h\{(2k_1 + k_0)f_0 + (k_1 + 2k_0)f_1\} \\ u_2 &= \frac{1}{6}h\{(2k_2 + k_1)f_0 + (k_2 + 4k_1 + k_0)f_1 \\ &\quad + (k_1 + 2k_0)f_2\} \\ &\dots\dots\dots \\ u_i &= \frac{1}{6}h\{(2k_i + k_{i-1})f_0 + (k_i + 4k_{i-1} + k_{i-2})f_1 \\ &\quad + (k_{i-1} + 4k_{i-2} + k_{i-3})f_2 + \dots\dots \\ &\quad + (k_2 + 4k_1 + k_0)f_{i-1} + (k_1 + 2k_0)f_i\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

#### 5. 近似計算 III

$k(t-\tau)$ ,  $f(\tau)$  をそれぞれ  $\tau$  の 2 次式で近似する。この場合は 3 点をとって近似するため計算は面倒になる。

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 \\ u_1 &= \int_0^h k(h-\tau)f(\tau)d\tau \\ u_2 &= \int_0^{2h} k(2h-\tau)f(\tau)d\tau \\ u_3 &= \int_0^{2h} k(3h-\tau)f(\tau)d\tau + \int_{2h}^{3h} k(3h-\tau)f(\tau)d\tau \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$u_i = \sum_{j=0}^{\frac{i}{2}-1} \int_{2jh}^{2(j+1)h} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau \quad (i \text{ が偶数}) \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} u_i &= \sum_{j=0}^{\frac{i}{2}-1} \int_{2jh}^{2(j+1)h} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau \\ &\quad + \int_{(i-1)h}^{ih} k(ih-\tau)f(\tau)d\tau \quad (i \text{ が奇数}) \end{aligned} \quad (5.2)$$

である。まず  $u_1$  から求める。

$$u_1 = \int_0^h k(h-\tau)f(\tau)d\tau$$

において

$$\begin{aligned} k(h-\tau) &= a\tau^2 + b\tau + c \\ f(\tau) &= d\tau^2 + e\tau + g \end{aligned}$$

としたときそれぞれの係数を求めるためには 3 点の値が必要なので (図 1)

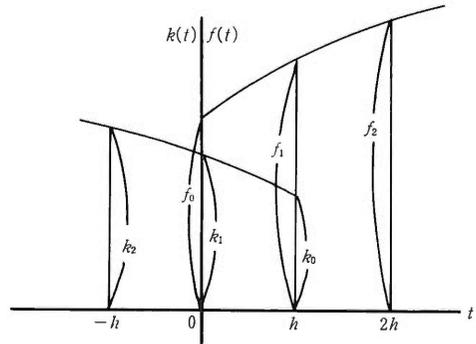


図 1  $u_1$  を求めるためのデータ

$$\begin{aligned} \tau = -h &: ah^2 - bh + c = k_2 \\ \tau = 0 &: c = k_1, g = f_0 \\ \tau = h &: ah^2 + bh + c = k_0, dh^2 + eh + g = f_1 \\ \tau = 2h &: 4dh^2 + 2eh + g = f_2 \end{aligned}$$

これから

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2h^2}(k_2 - 2k_1 + k_0) \\ b &= \frac{1}{2h}(-k_2 + k_0) \\ c &= k_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1}{2h^2}(f_0 - 2f_1 + f_2) \\ e &= \frac{1}{2h}(-3f_0 + 4f_1 - f_2) \\ g &= f_0 \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \therefore u_1 &= \int_0^h (a\tau^2 + b\tau + c)(d\tau^2 + e\tau + g) d\tau \\ &= \frac{h}{120} \{ (-4k_2 + 43k_1 + 11k_0)f_0 + (-7k_2 + 44k_1 \\ &\quad + 43k_0)f_1 + (k_2 - 7k_1 - 4k_0)f_2 \} \end{aligned} \quad (5.5)$$

一般には

$$I_{ij} = \int_{2jh}^{2(j+1)h} k(ih - \tau) f(\tau) d\tau$$

において  $\bar{\tau} = \tau - (2j+1)h$  とおけば

$$I_{ij} = \int_{-h}^h k\{(i-2j-1)h - \bar{\tau}\} f\{(2j+1)h + \bar{\tau}\} d\bar{\tau}$$

となる。前と同様に

$$\begin{aligned} k\{(i-2j-1)h - \bar{\tau}\} &= a\bar{\tau}^2 + b\bar{\tau} + c \\ f\{(2j+1)h + \bar{\tau}\} &= d\bar{\tau}^2 + e\bar{\tau} + g \end{aligned}$$

とすれば、 $\bar{\tau} = -h, 0, h$  の値に対応して

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2h^2}(k_{i-2j} - 2k_{i-2j-1} + k_{i-2j-2}) \\ b &= \frac{1}{2h}(k_{i-2j-2} - k_{i-2j}) \\ c &= k_{i-2j-1} \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1}{2h^2}(f_{2j} - 2f_{2j+1} + f_{2(j+1)}) \\ e &= \frac{1}{2h}(f_{2(j+1)} - f_{2j}) \\ g &= f_{2j+1} \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

を得る。これから

$$\begin{aligned} I_{ij} &= \int_{-h}^h (a\bar{\tau}^2 + b\bar{\tau} + c)(d\bar{\tau}^2 + e\bar{\tau} + g) d\bar{\tau} \\ &= \frac{h}{15} \{ (4k_{i-2j} + 2k_{i-2j-1} - k_{i-2j-2})f_{2j} + 2(k_{i-2j} \\ &\quad + 8k_{i-2j-1} + k_{i-2j-2})f_{2j+1} + (-k_{i-2j} + 2k_{i-2j-1} \\ &\quad + 4k_{i-2j-2})f_{2j+2} \} \end{aligned} \quad (5.8)$$

となる。また  $i$  が奇数のときの最後の項

$$I_i = \int_{(i-1)h}^{ih} k(ih - \tau) f(\tau) d\tau$$

は  $\bar{\tau} = \tau - ih$  とおけば

$$I_i = \int_{-h}^0 k(-\bar{\tau}) f(ih + \bar{\tau}) d\bar{\tau}$$

同様に

$$k(-\bar{\tau}) = a\bar{\tau}^2 + b\bar{\tau} + c$$

$$f(\bar{\tau}) = d\bar{\tau}^2 + e\bar{\tau} + g$$

として  $\bar{\tau} = -2h, -h, 0$  の条件から

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{2h^2}(k_2 - 2k_1 + k_0) \\ b &= \frac{1}{2h}(k_2 - 4k_1 + 3k_0) \\ c &= k_0 \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1}{2h^2}(f_{i-2} - 2f_{i-1} + f_i) \\ e &= \frac{1}{2h}(f_{i-2} - 4f_{i-1} + 3f_i) \\ g &= f_i \end{aligned} \right\} \quad (5.10)$$

これから

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{h}{120} \{ (k_2 - 7k_1 - 4k_0)f_{i-2} + (-7k_2 + 64k_1 \\ &\quad + 23k_0)f_{i-1} + (-4k_2 + 23k_1 + 31k_0)f_i \} \end{aligned} \quad (5.11)$$

を得る。

## 6. 例 題

以上の計算式を例題について確かめ、また実際に用いたプログラムの一部を示す。

例 題 1

$$k(t) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}t & (0 \leq t < 2) \\ 0 & (t \geq 2) \end{cases} \quad (6.1)$$

$$f(t) = \begin{cases} t & (0 \leq t < 1) \\ 2 - t & (1 \leq t < 2) \\ 0 & (t \geq 2) \end{cases} \quad (6.2)$$

とする。このとき  $u(t)$  の真値は

$$u(t) = \begin{cases} -\frac{1}{12}t^3 + \frac{1}{2}t^2 & (0 \leq t < 1) \\ \frac{1}{12}t^3 - t^2 + \frac{5}{2}t - \frac{7}{6} & (1 \leq t < 2) \\ \frac{1}{12}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + \frac{5}{6} & (2 \leq t < 3) \\ -\frac{1}{12}t^3 + t^2 - 4t + \frac{16}{3} & (3 \leq t < 4) \\ 0 & (t \geq 4) \end{cases} \quad (6.3)$$

この例題を刻み  $h = 0.05$  として近似計算 I および II によって計算した結果の一部を表 1 に示す。

$t$	$u_0$	$u_1$	$u_2$	ER1	ER2
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.5	0.11458	0.11469	0.11458	$1.04 \times 10^{-4}$	$-1.39 \times 10^{-17}$
1.0	0.41667	0.41687	0.41667	$2.08 \times 10^{-4}$	$-2.91 \times 10^{-16}$
1.5	0.61458	0.61469	0.61458	$1.04 \times 10^{-4}$	$-4.30 \times 10^{-16}$
2.0	0.50000	0.50000	-0.50000	$-1.11 \times 10^{-16}$	$-3.47 \times 10^{-16}$
2.5	0.26042	0.26031	0.26042	$-1.04 \times 10^{-4}$	$-1.11 \times 10^{-16}$
3.0	0.08333	0.08313	0.08333	$-2.08 \times 10^{-4}$	$9.71 \times 10^{-17}$
3.5	0.01042	0.01031	0.01042	$-1.04 \times 10^{-4}$	$-6.68 \times 10^{-17}$
4.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

$u_0$ は真値,  $u_1$ は近似計算 I,  $u_2$ は近似計算 II による値, ER1, ER2はそれぞれ  $u_1, u_2$ の絶対誤差.

表 1 例題 1 の結果の一部

当然のことながら  $u_2$ の誤差は計算機の誤差である. またこのとき用いたプログラムの近似計算 I および II のサブルーチンの部分を図 3, 図 4 に示す.

### 例題 2

$$k(t) = \begin{cases} (t-1)^2 & (0 \leq t < 1) \\ 0 & (t \geq 1) \end{cases} \quad (6.4)$$

$$f(t) = \begin{cases} -(t-1)^2 + 1 & (0 \leq t < 2) \\ 0 & (t \geq 2) \end{cases} \quad (6.5)$$

とする. このとき  $u(t)$ の真値は

$$u(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{30}(-t^3 + 10t^2 - 30t + 30) & (0 \leq t < 1) \\ \frac{1}{30}(-10t^2 + 25t - 6) & (1 \leq t < 2) \\ \frac{1}{30}(t-3)^4(t+2) & (2 \leq t < 3) \\ 0 & (t \geq 3) \end{cases} \quad (6.6)$$

この例題を刻み  $h = 0.05$ として近似計算 I および III によって計算した結果の一部を表 2 に示す.

$t$	$u_0$	$u_1$	$u_3$	ER1	ER3
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.5	0.14479	0.14521	0.14479	$4.17 \times 10^{-4}$	$-2.78 \times 10^{-17}$
1.0	0.30000	0.30042	0.30000	$4.17 \times 10^{-4}$	$-1.25 \times 10^{-16}$
1.5	0.30000	0.30010	0.30000	$1.04 \times 10^{-4}$	$-9.71 \times 10^{-17}$
2.0	0.13333	0.13292	0.13333	$-4.16 \times 10^{-4}$	$-6.94 \times 10^{-17}$
2.5	0.00938	0.00927	0.00937	$-1.04 \times 10^{-4}$	$-8.67 \times 10^{-16}$
3.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

$u_0$ は真値,  $u_1$ は近似計算 I,  $u_3$ は近似計算 III による値, ER1, ER3はそれぞれ  $u_1, u_3$ の絶対誤差.

表 2 例題 2 の結果の一部

当然であるが  $u_3$ の誤差は計算機の誤差である. またこのとき用いたプログラムの近似計算 III のサブルーチンの部分を図 5 に示す. 此の例題の場合, 積分の範囲が図 2 のように限定されているので計算をさらに複雑にしている.

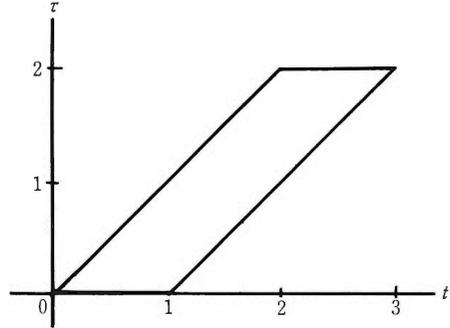


図 2 例題 2 の積分の範囲

### 例題 3

$$k(t) = e^{-4t} \quad (t \geq 0) \quad (6.7)$$

$$f(t) = \begin{cases} \sin 3t & (0 \leq t < \frac{\pi}{3}) \\ 0 & (t \geq \frac{\pi}{3}) \end{cases} \quad (6.8)$$

とする. このとき  $u(t)$ の真値は

$$u(t) = \begin{cases} \frac{1}{25}(-3\cos 3t + 4\sin 3t + 3e^{-4t}) & (0 \leq t < \frac{\pi}{3}) \\ \frac{3}{25}(e^{\frac{4\pi}{3}} + 1)e^{-4t} & (t \geq \frac{\pi}{3}) \end{cases} \quad (6.9)$$

この例題を刻み  $h = \pi/60$ として近似計算 II および III によって計算した結果の一部を表 3 に示す.

$t$	$u_0$	$u_2$	$u_3$	ER2	ER3
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.52	0.17478	0.17505	0.17478	$2.77 \times 10^{-4}$	$3.86 \times 10^{-6}$
1.05	0.12182	0.12201	0.12182	$1.94 \times 10^{-4}$	$-5.11 \times 10^{-7}$
1.57	0.01500	0.01503	0.01500	$2.39 \times 10^{-5}$	$-6.29 \times 10^{-8}$
2.09	0.00185	0.00185	0.00185	$2.95 \times 10^{-6}$	$-7.75 \times 10^{-9}$
2.62	0.00023	0.00023	0.00023	$3.63 \times 10^{-7}$	$-9.54 \times 10^{-10}$
3.14	0.00003	0.00003	0.00003	$4.47 \times 10^{-8}$	$-1.17 \times 10^{-10}$
3.67	0.00000	0.00000	0.00000	$5.50 \times 10^{-9}$	$-1.45 \times 10^{-11}$

$u_0$ は真値,  $u_2$ は近似計算 II,  $u_3$ は近似計算 III による値, ER2, ER3はそれぞれ  $u_2, u_3$ の絶対誤差.

表 3 例題 3 の結果の一部

明らかに III の方が II より良好な結果を示している.

## 7. おわりに

これで3回に亘る積分方程式の研究を一応終ることにする。一応というのは実は繰り返しのときの未知関数の扱いをガウス・ザイデル法に做った方法も試みたのであるが今までのところうまく行かなかったからである。このことについては今後の研究に俟ちたい。

畳み込みの数値計算についてはいろいろの方法が考えられるが、ここでは以上の3つの方法について研究

した。第I法より第II法、第II法より第III法と精度が上がるがそれに従って計算の面倒さも急激に増大する。実用的には第II法が適当でないと思われる。また、本研究の計算は本校電算室のFACOM-M130Fを用い、プログラムはALGOLによった。また計算は全て倍精度で行った。

最後に本研究に有益な示唆を与えられた元京都大学の山田彦兒先生に深甚の謝意を表します。

```

3  *PROCEDURE TT1(K,F,U,H,N); *INTEGER N; *REAL H; *ARRAY K,F,U;
4  *BEGIN *INTEGER I,J;
5      U(I01):=0.0; U(I11):=0.5*H*(K(I11)*F(I01)+K(I01)*F(I11));
6      *FOR I:=2 *STEP 1 *UNTIL N *DO
7          *BEGIN U(I11):=0.5*K(I11)*F(I01);
8              *FOR J:=1 *STEP 1 *UNTIL I-1 *DO
9                  U(I11):=U(I11)+K(I1-J1)*F(IJ1);
10                 U(I11):=H*(U(I11)+0.5*K(I01)*F(I11));
11             *END;
12         *END          * * T T 1 * *;
```

図3 例題1で用いた解法Iのサブルーチン

```

13 *PROCEDURE TT2(K,F,U,H,N); *INTEGER N; *REAL H; *ARRAY K,F,U;
14 *BEGIN *INTEGER I,J;
15     U(I01):=0.0;
16     U(I11):=H/6.0*((2.0*K(I11)+K(I01))*F(I01)+(K(I11)+2.0*K(I01))
17         *F(I11));
18     *FOR I:=2 *STEP 1 *UNTIL N *DO
19         *BEGIN U(I11):=(2.0*K(I11)+K(I1-11))*F(I01);
20             *FOR J:=1 *STEP 1 *UNTIL I-1 *DO
21                 U(I11):=U(I11)+(K(I1-J+11)+4.0*K(I1-J1)+K(I1-J-11))*F(IJ1);
22                 U(I11):=H/6.0*(U(I11)+(K(I11)+2.0*K(I01))*F(I11));
23             *END;
24     *END          * * T T 2 * *;
```

図4 例題1で用いた解法IIのサブルーチン

```

13  'PROCEDURE IT3(K,F,U,H,N); 'INTEGER N; 'REAL H; 'ARRAY K,F,U;
14  'BEGIN 'INTEGER I,J;
15  U(101):=0.0; U(111):=H/120.0*((-4.0*K(121)+43.0*K(111)+11.0
16  *K(101))*F(101)+(-7.0*K(121)+44.0*K(111)+43.0*K(101))
17  *F(111)+K(121)-7.0*K(111)-4.0*K(101))*F(121));
18  'FOR I:=2 'STEP 1 'UNTIL N-2 'DO
19  'BEGIN U(111):=0.0; 'IF I<20 'THEN
20  'BEGIN 'FOR J:=0 'STEP 2 'UNTIL I-2 'DO U(111):=U(111)
21  +(4.0*K(I-J)+2.0*K(I-J-1)-K(I-J-2))*F(IJ)
22  +2.0*(K(I-J)+8.0*K(I-J-1)+K(I-J-2))*F(IJ+1)
23  +(-K(I-J)+2.0*K(I-J-1)+4.0*K(I-J-2))*F(IJ+2);
24  'IF I=I/2*2 'THEN U(111):=H/15.0*U(111) 'ELSE
25  U(111):=H/120.0*(8.0*U(111)+K(121)-7.0*K(111)
26  -4.0*K(101))*F(I-21)+(-7.0*K(121)+64.0*K(111)
27  +23.0*K(101))*F(I-11)+(-4.0*K(121)+23.0*K(111)
28  +31.0*K(101))*F(I));
29  'END; 'IF I>=20 & I<40 'THEN
30  'BEGIN 'FOR J:=0 'STEP 2 'UNTIL 18 'DO U(111):=U(111)
31  +(4.0*K(120-J)+2.0*K(119-J)-K(118-J))*F(11+J-20)
32  +2.0*(K(120-J)+8.0*K(119-J)+K(118-J))*F(11+J-19)
33  +(-K(120-J)+2.0*K(119-J)+4.0*K(118-J))*F(11+J-18);
34  U(111):=H/15.0*U(111);
35  'END; 'IF I>=40 & I<59 'THEN
36  'BEGIN 'FOR J:=0 'STEP 2 'UNTIL 58-I 'DO U(111):=U(111)
37  +(4.0*K(120-J)+2.0*K(119-J)-K(118-J))*F(11+J-20)
38  +2.0*(K(120-J)+8.0*K(119-J)+K(118-J))*F(11+J-19)
39  +(-K(120-J)+2.0*K(119-J)+4.0*K(118-J))*F(11+J-18);
40  'IF I=I/2*2 'THEN U(111):=H/15.0*U(111) 'ELSE
41  U(111):=H/120.0*(8.0*U(111)+K(11-381)-7.0*K(11-391)
42  -4.0*K(11-401))*F(1381)+(-7.0*K(11-381)+64.0*K(11-391)
43  +23.0*K(11-401))*F(1391)+(-4.0*K(11-381)+23.0*K(11-391)
44  +31.0*K(11-401))*F(1401));
45  'END;
46  'END;
47  U(1591):=H/120.0*((-4.0*K(1201)-7.0*K(1191)+K(1181))*F(1381)
48  +(43.0*K(1201)+44.0*K(1191)-7.0*K(1181))*F(1391)
49  +(11.0*K(1201)+43.0*K(1191)-4.0*K(1181))*F(1401));
50  U(1601):=0.0;
51  'END      * * T T 3 * * ;

```

図5 例題2で用いた解法Ⅲのサブルーチン

## 参考文献

- 1) 山下 巖・荒木 真・木村剛三 畳み込み  $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$  における未知関数  $f(t)$  を求める積分方程式の逐次近似解法(I), 有明高専紀要第23号 昭和62年1月
- 2) 山下 巖・木村剛三 畳み込み  $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$  における未知関数  $f(t)$  を求める逐次近似解法(II), 有明高専紀要第24号 昭和63年1月

## リーゼガング現象の研究 (その 5)

## 水溶液中のリーゼガング現象

樋口大成

〈昭和63年9月21日受理〉

A Study of the Liesegang Phenomena (Part Five)  
The Liesegang Phenomena in the Aqueous Solutions.

The Liesegang Phenomena have been known as the Chemical Reactions in the Gel—Substances, or in the Capillary—Tubes.

Similar Phenomena, however, can often be observed in the Systems of the Aqueous Solutions in the ordinary Test—Tubes also.

Hiroshige HIGUCHI

## まえがき

ゼラチン、寒天、ケイ酸、ポリビニルアルコールなどの濃厚なゾルに、あらかじめ一種の電解質を溶かしておいて(これを内部電解質という)、このゾルをゲル化させたのち、このゲルの外の一部からゲルの内部に向かって、内部電解質と沈殿反応を起こすもう一種の電解質溶液(これを外部電解質という)を拡散させると、それが拡散するに従って、両電解質の反応で生じる沈殿物が往々にして、不連続な周期的な沈殿(層状沈殿)をつくる。これは発見者の名に因んで、リーゼガング現象といわれている。

その発見は1896年だというから、ずいぶん古いにもかかわらず、あらゆるケースを包含できる説明なり、理論が、まだ確立されていない。

その理由の大きなものとしては、多分実用性が考えられないため、国際的視野で先端技術を追う必要のある現今では、なおさら、この現象にこだわる必要性は全くないかもしれないということであろう。

さて、このリーゼガング現象は、物理化学系の書をひととく限り、まず例外なく「コロイド」の分野に記載されている。それは、冒頭に書いたように、ゲル中の反応にふつう見られるからであろう。

しかし既に、1920年に発表された文献に、必ずしもゲルがなくても生成するということが載っている。

鮫島實三郎著「膠質学」(1936年初版)の「リーゼガング現象」の説明の中に、Koenig, Hedges(参考文献1), 再びHedges(同2), Morse(同3)より、次の記事が紹介されている。当用漢字と現代かな使いに改めて、文章は原文のまま書くと、次の通りである。

例えばアンモニアガスと塩化水素ガスとを細いガラス管の中で接触せしめるときは塩化アンモニウムの白い粉末が間隔をおいて析出する(文献1)。

食塩液を毛細管に入れて一端を閉じ、これを塩酸中に浸すときは塩酸が毛細管中に拡散してゆくに従って食塩の溶解度が減少し、それが白色の沈殿として析出する。このときその析出が周期的に起る(文献2)。

また、顕微鏡のスライドガラスの上で、二種の溶液を接触せしめて生じた沈殿が、周期的に出るといふ人もある(文献3)。

(「膠質学」を文献4として示す)

著者自身、かつて「水溶液中のリーゼガング現象」として「化学教育」(文献5)に小論を発表したことがある。

それはやはりガラス毛細管を用いた実験で、次の組合せであった。(内部は水溶液だけで、ゲル不使用)

外部電解質溶液	内部電解質溶液	周期的沈殿
AgNO <sub>3</sub>	K <sub>2</sub> Cr <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	Ag <sub>2</sub> CrO <sub>4</sub>
NH <sub>3</sub>	MgSO <sub>4</sub>	Mg(OH) <sub>2</sub>
NH <sub>3</sub>	MnSO <sub>4</sub>	Mn(OH) <sub>2</sub>
NH <sub>3</sub>	NiSO <sub>4</sub>	Ni(OH) <sub>2</sub>
NH <sub>3</sub>	FeSO <sub>4</sub>	Fe(OH) <sub>2-3</sub>
NH <sub>3</sub>	CoSO <sub>4</sub>	Co(OH) <sub>2</sub>
NH <sub>3</sub>	CuSO <sub>4</sub>	Cu(OH) <sub>2</sub>

ここには「化学教育」に載せた写真の再録は避けるが、載せなかった写真の中の一つを図1に示す。

これは、内径0.5mmの毛管で、内部は0.5M-MgSO<sub>4</sub>、外部は0.3M-NH<sub>3</sub>水(量としては内部に対して無限

大) の場合で、周期的沈殿は $Mg(OH)_2$ である。

ただし、ここまでの例は、すべて「毛管、であるとか、スライドガラス」といった狭い場所の中で試みられているものばかりである。では「太い試験管、においてはどうか」ということで、以下に、試みたものを示すことにする。

### 実験 1

毛管とか、スライドガラスでなく、太い普通の試験管に内部電解質の水溶液を入れておき、これに上から外部電解質の水溶液を拡散させたらどうなるかを試みたのであるが、問題は、内外両水溶液の境目である。

そこで、次の工夫をした。

- (1) 試験管 (この場合、内径 2 cm とした) の内側で上の方に、内部に向けて数個の突起があり、ここに目皿が乗るようにした。
- (2) 内部に入れるべき水溶液を、その突起を少し越えるところまで入れる。
- (3) その水面の内側の突起に、目皿 (図 2) をうまく乗せる。目皿はプラスチックで作った。
- (4) その目皿の上に脱脂綿を乗せておさえつける。この場合、脱脂綿は常に一定質量 (0.25 g) と決め、また、内部液と目皿、脱脂綿の付近に空気がないように気をつける。脱脂綿を乗せた状態は図 3 である。
- (5) その上から、スポイトで静かに外部液を落とし、充分の量を入れる。

こうして静かにスタンドに立てておく。

因みに、図 1 もそうであるが、以下の結果 1 の中で、同じ条件の実験について、1 と 1'、2 と 2'、3 と 3' と二本ずつ作って写真を呈示したのは、再現性を呈示する目的である。

### 結果 1

A. 内部液用の長さ	100cm	} ガラス管
外部液用の長さ	30cm	
内径	2cm	
内部液	0.1M- $MgSO_4$ 水溶液	
境界綿	0.25 g	

- 1, 1' 外部液 15M- $NH_3$  20cmの高さ
  - 2, 2' 外部液 15M- $NH_3$  4cmの高さ
- 上の全容を図 4 に、部分を図 5, 6 に示す。

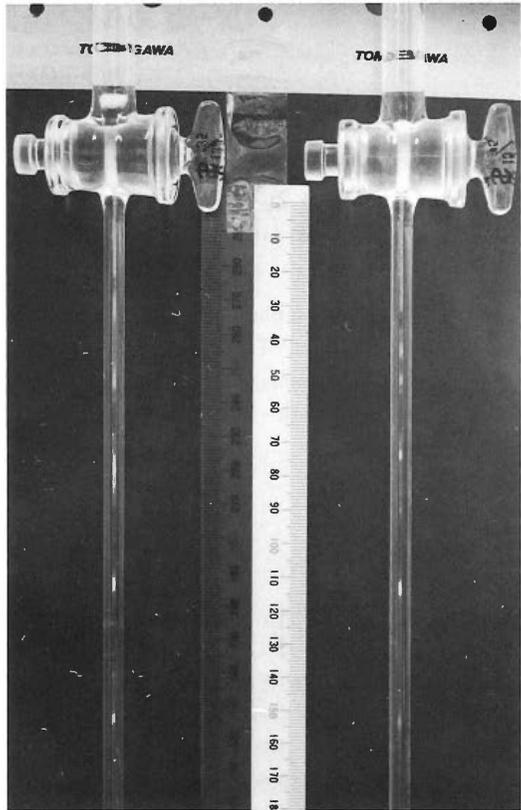


図 1 毛管水溶液中の $Mg(OH)_2$ の周期的沈殿

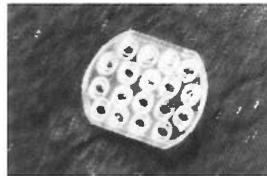


図 2 目皿

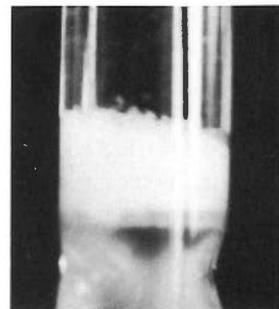
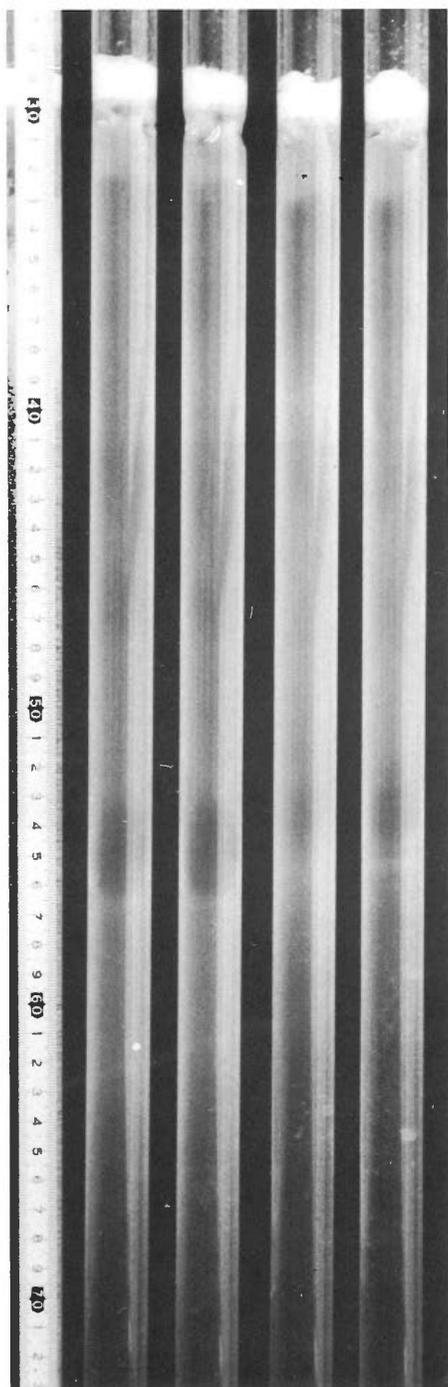


図 3 液境界セットの図



1      1'      2      2'

図 4 内径 2 cm の管中の  $Mg(OH)_2$  の周期的沈殿

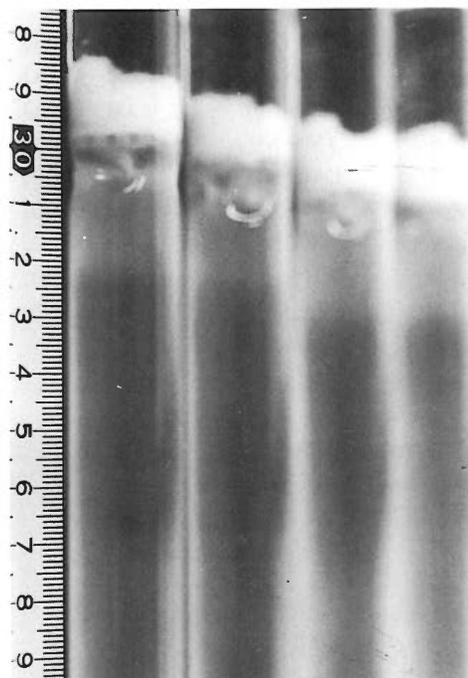


図 5 図 4 の部分

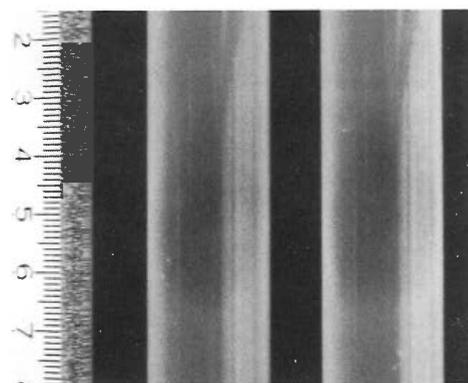


図 6 図 4 の部分

図 4, 5, 6 に見られる, うっすらと白い部分が, 水に不溶性の  $Mg(OH)_2$  である。これはできてはまた途中で途切れ, またできる。やはり, リーゼガング現象に違いない。そして, 1 と 1', 2 と 2' において確実に再現されているのがわかる。

B.	外部水溶液	内部水溶液	沈殿物	その色	
3, 3'	15M-NH <sub>3</sub>	0.5M-MgSO <sub>4</sub>	Mg(OH) <sub>2</sub>	白色	} 図7
4, 4'	3 M-NH <sub>3</sub>	0.5M-MgSO <sub>4</sub>	〃	〃	
5, 5'	15M-NH <sub>3</sub>	0.1M-MgSO <sub>4</sub>	〃	〃	
6, 6'	3 M-NH <sub>3</sub>	0.1M-MgSO <sub>4</sub>	〃	〃	
7, 7'	15M-NH <sub>3</sub>	0.5M-NiSO <sub>4</sub>	Ni(OH) <sub>2</sub>	緑白色	
8, 8'	3 M-NH <sub>3</sub>	0.5M-NiSO <sub>4</sub>	〃	〃	
9, 9'	15M-NH <sub>3</sub>	0.1M-NiSO <sub>4</sub>	〃	〃	} 図8
10, 10'	3 M-NH <sub>3</sub>	0.1M-NiSO <sub>4</sub>	〃	〃	
11, 11'	15M-NH <sub>3</sub>	0.1M-FeSO <sub>4</sub>	Fe(OH) <sub>2</sub>	青白色	
12, 12'	15M-NH <sub>3</sub>	0.1M-FeCl <sub>3</sub>	Fe(OH) <sub>3</sub>	褐色	図9

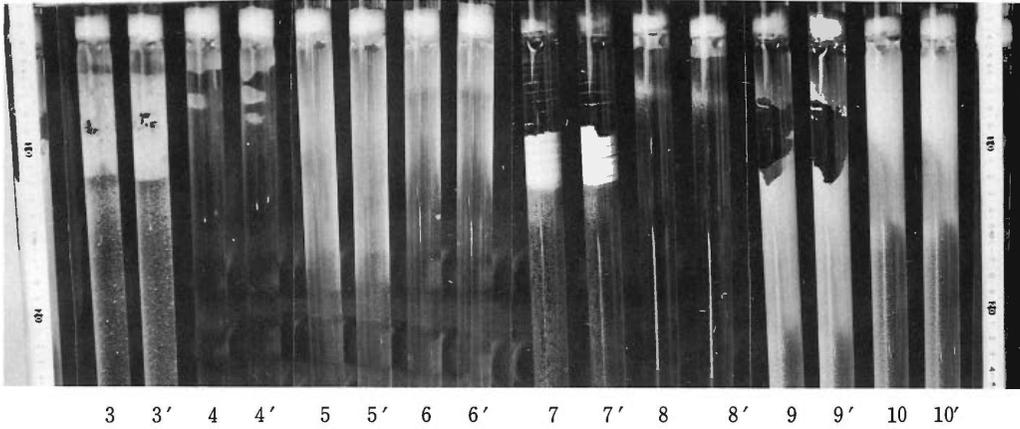
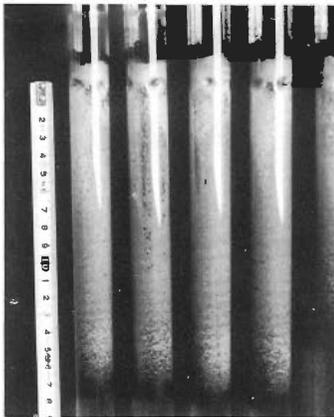


図7 Mg(OH)<sub>2</sub>, Ni(OH)<sub>2</sub>の沈殿 (内径2 cm管)



11 11'  
図8 Fe(OH)<sub>2</sub>の沈殿

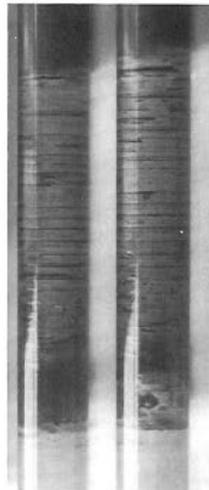


図7, 8, 9においても、随所に、沈殿物が層状になることを見出すことができる。

左12, 右12'

図9 Fe(OH)<sub>3</sub>の沈殿

上記の写真の中で、7, 7'を拡大して図10に示す。

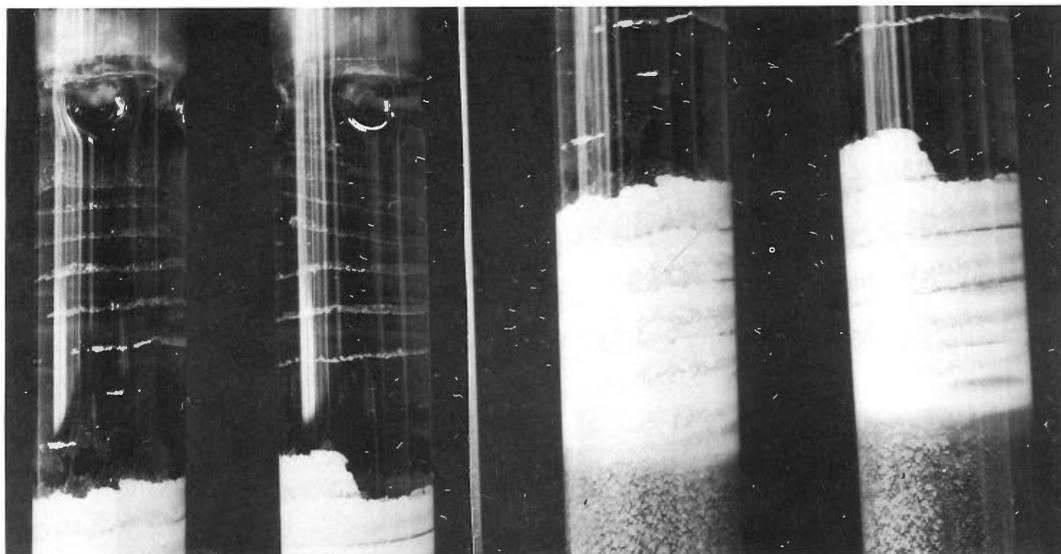


図10  $\text{Ni}(\text{OH})_2$ の沈殿

最左の管は、左から三つ目の管につながり、  
左から二つ目の管は、最右の管につながる。

以上のように、適当な条件のもとでは、リーゼガング現象は、ゲル、または毛管の中のみで生じる現象でなくて、普通の太い試験管の中でも起こる現象である。

従来は、担体がコロイドで（ゲル、ゼリーで）あった故にコロイド化学（コロイド科学）の分野に書かれる習慣があったのであろう。担体がゲルであるという意味でコロイドに属するとするならば、それは今一つ、先入観に捉われすぎているのではないかと思われる。

## 実験 2

さきに発表したこの「リーゼガング現象の研究、その3と、その4」（文献6）における一つの結果として、内部電解質が $\text{MgSO}_4$ 溶液で、外部電解質が $\text{NaOH}$ 溶液であればリーゼガング現象は起きないが、外・内にアミン、アミド類を添加するか、外部にアンモニア水を使うと、条件によっては同現象を生じることを言った。すなわち、共通してアミノ基や、イミノ基が、 $\text{Mg}(\text{OH})_2$ の層状沈殿をつくる時に、何らかの関係を

しているらしいことを述べた。

このことは、ゲルを用いない水溶媒系の場合でも生じるものなのかを試してみた。

## 結果 2

外部をすべて、 $2\text{M}-\text{NaOH}$ とし、内部をすべて $0.5\text{M}-\text{MgSO}_4$ として、一方はこのまま実験1と同じセットをした。もう一方には、 $0.5\text{M}-\text{MgSO}_4$ に、30%になるように内部液にNMA（N-メチルアセトアミド）を添加した。

その結果、できる $\text{Mg}(\text{OH})_2$ の沈殿の様子には、明らかな違いが見られた。

図11, 12における左側の白くべったりした写真はNMAを添加しなかった方、右側はNMAの30%溶液である。

図11の右側に浮いている $\text{Mg}(\text{OH})_2$ は、このように薄い、透明に近い袋をかぶったような集団として発生し、時々、その集団から一つの塊となってちぎれるように離れていき、それはゆっくりと水中に沈んでいく。

図12は、図11を遠望した二つの短い時間の写真で、上記の塊が徐々に沈んでいくのがよくわかる。

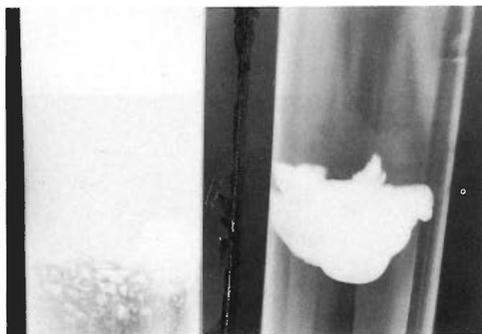


図11 左側, NMAを含まないとき  
右側, NMAを内部に30%含むとき  
他は同じ条件の,  $Mg(OH)_2$ の沈殿の違い

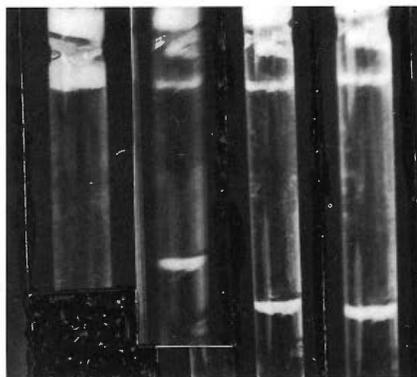


図13 図12と類似の結果

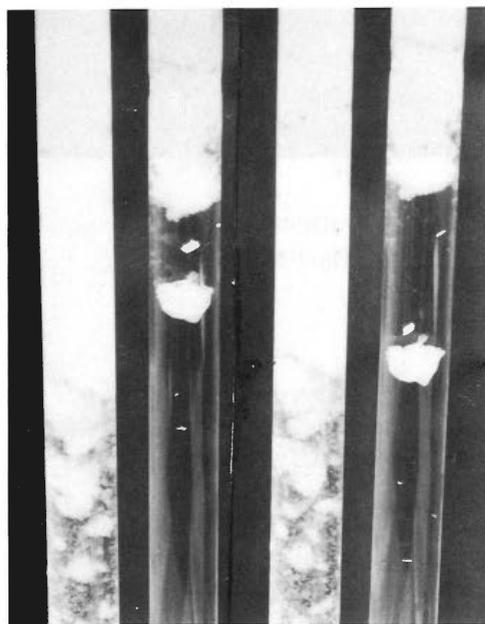


図12 図11の遠望と, 時間の少しの経過

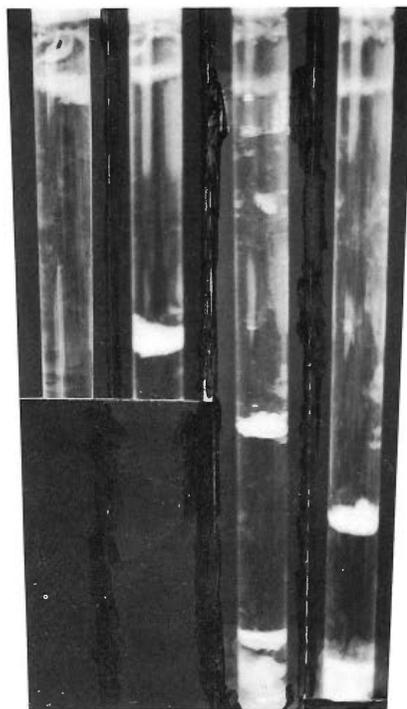


図14 図12, 13と類似の結果

図13と14は, 図12と同質の写真であり, 一つの塊が徐々に沈んでいく様子がわかる。これは本質的には, リーゼガング現象の生因を示唆しているものではないだろうか。

この報告では, リーゼガング現象が, 水溶液の系で起こることを提示した。そしてさらに, NMAやアンモニアで代表されるアミン類が関与する形態に注目した。

## 文 献

- 1) König, J. Phys. Chem., 24 (1920) , 466  
Hedges, J. Chem. Soc., 1929, 1848
- 2) Hedges, J. C. en. Soc., 1929, 2779
- 3) Morse. J. Phys. Chem. 34(1930), 1554
- 4) 鮫島實三郎, 膠質学(裳華房) 1947
- 5) 樋口大成: 「化学教育」19巻2号 (1960)
- 6) 樋口大成, リーゼガング現象の研究  
その3 有明高専紀要 10号 (1974)  
その4 有明高専紀要 24号 (1987)

## Pulse Wave Propagation of the Artery

Ken TAKEMURA\*, Yasutaka NAKAMURA  
Hajime NITAHARA and Tetuo TAKEMURA

(Received September 12, 1988)

### Abstract

The pulse wave transit time (propagation time (msec) of pulse wave through the artery, 3.0 cm in length, three times of the reciprocal of this quantity equals to the pulse wave velocity (cm/msec) of carotid and radial arteries were locally observed in order to evaluate the nature of the artery and to apply these fundamental results to clinical use. In part 1, using healthy students group, standard transit time of the pulse wave was measured. In part 2, to obtain the relation between blood pressure (BP) and transit time of carotid artery (CTT), BP was changed by athletic loading with ergometer on some students. And obtained,  $CTT \text{ (msec)} = 15.42 \pm 0.041 \times SBP \text{ (mmHg)}$  and  $CTT \text{ (msec)} = 8.02 \pm 0.037 \times DBP \text{ (mmHg)}$ , where SBP and DBP are systolic and diastolic blood pressure, respectively. In part 3, effects of aging and cerebrovascular disease on CTT were evaluated. CTT had a tendency to become faster with age. In the patients of cerebral infarction (CI), CTT of the diseased side became faster than that of contralateral side.

### § 1 Introduction

The studies of the pulse wave propagation through the arteries have been reported from the 19th century by many authors as a problem of hydrodynamics. Young<sup>1)</sup> (1808) discussed the relation between a pulse wave velocity ( $V_0$ ) through an elastic tube filled with an incompressible ideal fluid (density ;  $\rho_0$ ) and the elasticity (Young's modulus  $E$ ) of the tube. It was the first work for this problem and the wave velocity  $V_0$  equals

$$V_0 = (Eh/2\rho_0 a_0)^{1/2}, \quad (1-1)$$

where  $h$  and  $a_0$  are the thickness and the radius in equilibrium of the elastic tube, respectively. This equation (1-1) was represented as an experimental formula by Moens<sup>2)</sup> (1878) and derived theoretically by Korteweg<sup>3)</sup> (1878). Then it subsequently became known as the Moens-Korteweg formula for pulse wave velocity. Lamb<sup>4)</sup> (1898) introduced the mass effect of the tube which was neglected in previous reports, and obtained the formula of the pulse wave velocity which was reduced to the formula (1-1) in a special case.

After these pioneering works, Witzig<sup>5)</sup> (1914) treated the fluid in an elastic tube as an incompressible Newtonian fluid. And at the age of 1950, many authors developed and refined the Witzig's theory, and some authors introduced the tethering effects by tissues against to the motion of an elastic tube. Other authors treated this problem in consideration of viscoelastic tube. But these results were very complicated, and a simple explicit formula of the wave velocity was not obtained.

Recently, generation of soliton wave caused by non-linearities of hydrodynamics of fluid<sup>6)</sup> (1980) and elasticity of the tube<sup>7)</sup> (1983) was reported by some authors. Each non-linearity leads the equations of this problem to the well known Korteweg-de Vries's equation and the velocity of soliton wave ( $V$ ) is accelerated

---

\* Mitate Mental Hospital  
3237 Yugeta, Tagawa, Fukuoka 826

by the amplitude of it ( $r_0$ ) as follows approximately,

$$V = V_0(1 + r_0/a_0). \quad (1-2)$$

Moens-Korteweg formula (1-1) gives some information about the blood vessel. The hardness of the blood vessel and the thickness of the vessel wall ( $h$ ), both increase  $Eh$ , and cause the increase of the pulse wave velocity. The increase of the blood pressure enlarges the radius ( $a_0$ ) of the blood vessel, and Young's modulus becomes large according to the non-linear stress-strain relation ( $\sigma = \sigma_0 [\exp(\gamma/\gamma_0) - 1]$ , here  $\sigma_0$  and  $\gamma_0$  are constant)<sup>8)</sup> of the artery. The latter effect exceeds the former, then the pulse wave velocity becomes faster with increasing the blood pressure.

Also the actions of neuro-humoral agents have some relation to the pulse wave velocity.<sup>9)</sup>

The pulse wave velocities have been observed usually by time durations between the aortic arch near the heart and the femoral artery inserting pressure transducers with injection needle catheters for animals (pig, dog, rabbit etc), or between the electric signal of heart and the femoral artery pressure pulse for human. But there are many branching and changing of scale of the blood vessels, position to position, therefore the observed values become the mean nature of the observed vessels. To determine the nature of the local portion of the blood vessel, some local observation of the blood vessel is necessary (local method). Furthermore, to diagnose the local nature of the vessels, the information of individual differences in some group is necessary.

This study is composed by three parts ;

Part 1 : individual differences of healthy young men,

Part 2 : relation between pulse wave velocity (in this study, transit time) and blood pressure for healthy young men after athletic loading,

Part 3 : applying results obtained in Part 2, evaluate the pulse wave velocities of healthy adults and patients with hypertension (HT) and cerebrovascular diseases (CVDs).

## § 2 Subjects

Part 1 ; Students of Ariake National College of Technology were used. They had no cardiac and lung diseases, and thought to be in the healthy condition. Electrocardiographic (ECG) examination and ChestX-P were performed in all students. Age and obesity index (O.I.) =  $\{(10/9)(\text{body weight}/\text{kg})/(\text{body height}/\text{cm} - 100)\}$  are shown in Table 1.

Part 2 ; 11 students of the college were at randomly chosen and added to the load test with ergometer.

Part 3 ; Controlled group consisted of 19 men who were admitted for the physical check to Imazu Red Cross Hospital (See Table 7). They were also thought to be healthy ; ECG examination, ChestX-P, pulmonary function test and blood examination were performed. They had no history of HT, diabetes mellitus (DM), cardiac disease or CVD (transient ischemic attacks ; TIAs, cerebral infarction ; CI, cerebral hemorrhage ; CH). And there were no carotid, subclavian, ocular or abdominal bruits. Patient group consisted of 10 patients with CI (75.7 ± 6.48 years) and 8 with CH (65.8 ± 12.75 years) in the same hospital. Patients were classified by the computed tomography study (CT scan) into CI group and CH group. Angiography was not performed. All patients underwent antihypertensive therapy. (Ca<sup>++</sup>channel antagonists and diuretics, but  $\alpha$ -blockers or  $\beta$ -blockers). Blood pressure was good controlled, with the exception of acute-subacute period (onset after 4 weeks). Coronary heart disease, DM, and hyperlipidemia were not diagnosed.

## § 3 Detector systems

Sensor ; Piezoelectric transducer, presented kindly by Mitsubishi Yuka Laboratory, composed of a small contact ball (2.0 mm in diameter), a damper, and a piezoelectric ceramic covered by thin rubber.

Preamplifier ; Low noise preamplifier model LI-75A (NF circuit design block Co, LTD).

Oscilloscope ; Two channel digital storage oscilloscope VP-5730A (National).

The pressure signals of the two transducers setted on the skin over the artery 3.0 cm apart fed in the oscilloscope passing through each preamplifier. The figures of each pulse and transit time between two pulses were recorded on the photographic films.

The sensor system used in this paper is shown in Fig. 1. Two piezoelectric transducers are setted into the plastic holder 3.0 cm appart.

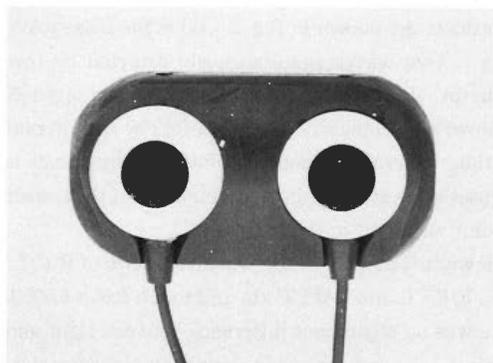


Fig. 1. Photograph of the sensor system. Two piezoelectric transducers are setted into the plastic holder 3.0 cm appart.

#### § 4 Methods

Part 1 ; Systolic blood pressure (SBP), diastolic blood pressure (DBP), with Riva-Rocci sphygmomanometer, pulse rate (P.R.), transit times of the pulse waves (right carotid artery (R-CTT), left carotid artery (L-CTT), right radial artery (R-RTT), left radial artery (L-RTT)) were measured in a supine position on the bed after 10 minutes rest. And a set of two transducers were setted softly on the skin over the artery where pulsation of the artery could be felt so good, then pulse wave transit time was measured. Each signal of the pulse wave on the display of the oscilloscope had a inflexion point in the early stage, so we measured the time difference between the two points digitally by operation of two cursors as a transit time of the pulse wave. At least two times, the transit time of it was measured. The reason why we used the inflexion points is discussed later.

Part 2 ; Load test was performed with ergometer. The load was 6Kp, 6 min., which was a maximum load. By the loading, P.R. increased to about 200/min and SBP rose above 200 mmHg. During the load test, ECG was monitored, and arrhythmia (supraventricular premature contraction (SVPC), and ventricular premature contraction (VPC)) and ST-T changes were observed, but such changes were not recognized. SBP, DBP, P.R., R-CTT and R-RTT were measured before and after the exercise until SBP, DBP and P.R. recovered to the pre-load state, at least 5 points measurements were made.

Measurement times of these were not strictly same. In order to exclude the influence of the pressure on brachial artery by Manschette to blood flow, circulation, resistance, etc., we unwrapped Riva-Rocci cuff during the period of measurement of R-CTT and R-RTT.

And almost all students recovered to the pre-exercise state within 10 minutes, so bilateral measurement could not be done.

Part 3 ; SBP, DBP, P.R., R-CTT and L-CTT were measured in the same way as did in Part 1.

The statistical analysis of these date was performed by LOTUS-1-2-3.

## § 5 Results

First of all, we mention the influence of the sensor setted over the artery to the pulse wave shape on the display. We changed the pressure of the sensor placed over the artery and inspected the changes of the shape on the screen, but there was no significant change by the alteration of the pressure.

As the pulse wave transit time was measured by two waves obtained by two sensors only 3.0 cm apart, so interferential action between the two might make trouble. But no change of the wave shape was observed. Each wave had no effect on another.

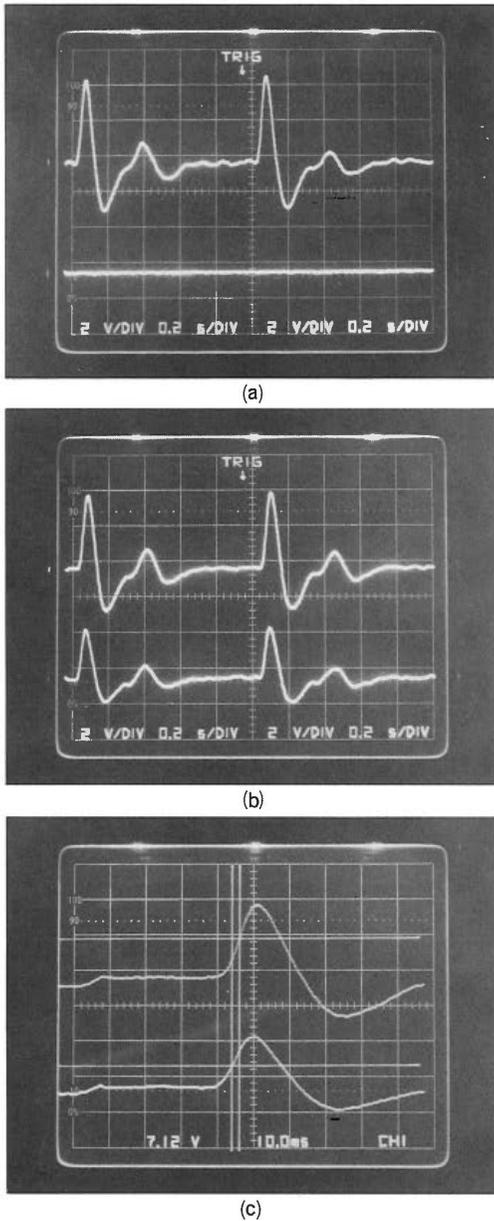
Signals of pulse waves detected by the piezoelectric transducer are shown in Fig. 2. (a) is the pulse wave obtained by single sensor over the common carotid artery. Two waves simultaneously detected by tow sensors setted over the common carotid artery are shown in (b). Lower wave is proximal side and upper is distal side. The transit time between two pulse waves is shown in (c) (magnified figure of (b)) by the interval of two carsors at inflexion points as 10 ms. Usually, the time interval of standing points of pulse waves is used as the transit time. However the noise of base line causes large error to the determination of the transit time. To avoid this effect, the method to use inflexion point was used in this paper.

Part 1 ; Summerized results of healthy 53 students are shown in Table 1. Pulse wave velocities of R-C, L-C, R-R and L-R calculated from R-CTT, L-CTT, R-RTT and L-RTT are  $2.82 \pm 0.57$ ,  $2.65 \pm 0.50$ ,  $3.38 \pm 1.10$  and  $3.22 \pm 0.92$  m/s, respectively. There was no significant difference between right and left (SBP, DBP, CTT, RTT and pulse wave velocity). To evaluate what variable mostly correlated with the transit time, R-matrix was calculated as shown in Table 2. In the same side, no significant correlation between CTT and SBP and between CTT and DBP could be observed. Looking over these values, O.I. had greater effect on transit time. O.I. is, say it in another way, a individual difference. Table 3 shows regression coefficients of these variables to transit times (Regression equation ;  $Y = a_0 + a_1 X$ ). There was no variable significantly correlated to CTT but poorly with ; there is no variable both  $a_0$  and  $a_1$  are 1% significant. Therefore, dependance of the pulse wave transit time to blood pressure had not so large reliability. As shown in Table 1, standard deviation (STD) of SBP, DBP and P.R. were too small to change the transit time. These results means that this group is the population of healthy student.

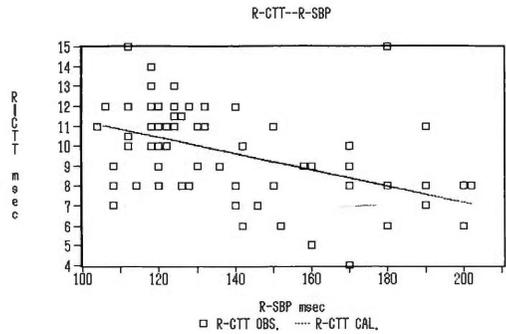
Part 2 ; To obtain the relation between pulse wave transit time and blood pressure, it is necessary to change blood pressure to a broad range artificially. Most profitable method to do it is a athletic loading. So, we planned to change SBP, DBP and P.R. by exercise test with ergometer. Table 4 shows the summerized results by load test. SBP and P.R. were changed significantly, and also CTT (R-SBP and P.R. increased from  $117.8 \pm 9.54$  mmHg and  $61.7 \pm 9.01$ /min to  $137.6 \pm 26.42$  mmHg and  $88.9 \pm 27.62$ /min, corresponding to changes of these variables, R-CTT decreased from  $10.7 \pm 2.14$  msec to  $9.7 \pm 2.38$  msec.). Table 5 shows R-matrix. And regression coefficients are shown in Table 6. SBP, DBP and P.R. were significantly correlated with CTT (All regression coefficients were 1% significant). CTT is effected largely by changes of SBP, DBP and P.R.. The more SBP was increased, the more DBP was decreased and the more P.R. was increased, the shorter CTT became as shown in Fig. 3, Fig. 4, and Fig. 5, respectively.

Fig. 6 shows the relation between SBP and CTT before and after the exercise test of one case. As mentioned before, measurement points (0, 1, 2, 3, 4, 5) don't strictly mean time (minute). 0 means the pre-load state, 1 means the right after load and 5 means the final state. Calculated CTT-SBP curve used by regression coefficients and acturely measured data of CTT-SBP are consistent with each other.

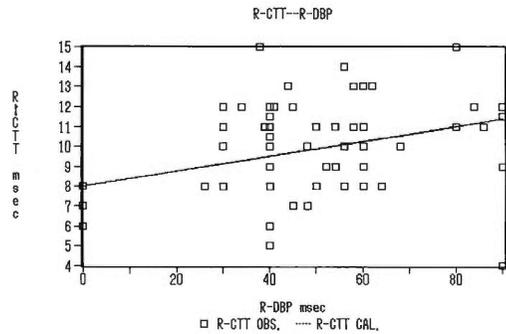
Part 3 ; In Part 1, age of the subjects was  $17.8 \pm 1.16$  years. To evaluate the factor of age, CTT measurement was performed using healthy middle aged subjects ( $45.5 \pm 6.48$  years, Table 7). R-SBP, R-DBP and P.R. were similar to those of Part 1 (Table 1 and 7). But R-CTT at some SBP was



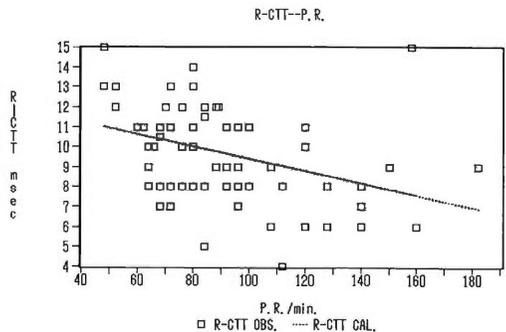
**Fig. 2.** Pulse wave signals of common carotid artery observed by piezoelectric transducers. (a) Pulse wave by single sensor. (b) Pulse waves by two sensors setted 30 mm apart ; Upper figure (1 ch) and lower figure (2 ch) are distal side and proximal side, respectively. (c) Magnified figures of standing points in figures (b). The transit time between inflexion points of two signals (distance 30 mm) is shown as 10.0 msec by manipulation of two cursors.



**Fig. 3.** Experimental data of R-CTT and the regression line as a function of R-SBP for the students after load test.



**Fig. 4.** Experimental data of R-CTT and the regression line as a function of R-DBP for the students after load test.



**Fig. 5.** Experimental data of R-CTT and the regression line as a function of P.R. for the students after load test.

**Table 1.** Sumnerized data for healthy students at rest.

	AGE	P. R. /min	R-SBP mmHg	R-DBP mmHg	L-SBP mmHg	L-DBP mmHg	R-MP mmHg	L-MP mmHg
AVG	17.8	61.7	117.8	49.5	114.3	51.4	72.3	72.5
STD	1.16	9.01	9.54	13.09	10.79	13.43	9.84	9.84
MAX	20	88	147	80	144	90	91	102.7
MIN	16	47	99	26	90	35	55	52.7
COUNT	53	53	53	53	53	53	53	53
	MP mmHg	R-CTT msec	L-CTT msec	M-CTT msec	R-RTT msec	L-RTT msec	M-RTT msec	O. I.
AVG	72.4	10.65	11.31	11.01	8.87	9.33	9.12	0.96
STD	9.84	2.141	2.097	1.903	2.846	2.654	2.509	0.1001
MAX	96.7	16	16	15	19	17	18	1.29
MIN	55.5	5.5	7	6.3	4	5	5	0.81
COUNT	53	53	53	53	53	53	53	53

shorter than that of healthy young students ( $7.9 \pm 2.22$  msec v.s.  $10.7 \pm 2.14$  msec) as shown in Fig. 7. Regression curve of healthy adults paralleled that of young's one. Small scattering of the data could be seen. It might be due to individual difference. Analysis of each decade could not be performed, because of a small number of subjects to analyse statistically.

Using this regression curve, we evaluated SBP-CTT relationship of the patients with CVD. Results of CI patients were shown in Fig. 8. In the same patient, the difference of SBP between diseased side and contralateral side was not significant, but CTT of the diseased side had a tendency to be shortened against the contralateral side. On the other hand, in CH group, this relationship could not be observed as shown in Fig. 9.

## § 6 Discussion

Many ways to measure the propagation time of pulse wave presented by many authors. As a non-invasive method, pulse wave of the palpable artery is recorded with pick-up on the surface of the skin. Pulse wave propagation time from a proximal point to a distal point of the artery can be measured with two pick-ups setted apart. Time difference of the two pulse waves is the propagation time. And pulse wave velocity can be calculated with it per the artery length. As pick-up transducers, semiconductor strain gauge, piezo type, moving coil type, CdS photo-conductive cell, etc. are used.<sup>10)</sup> And as measurement points, aortic valve and femoral artery (phonocardiogram, carotid pressure record and femoral pressure record must be performed simultaneously),<sup>11)</sup> R wave in the ECG and standing point in the pressure record,<sup>12)</sup> carotid artery and femoral artery<sup>13)</sup> and other points were used. In most of all studies, vessel length was calculated by the distance between two pick-ups on the body surface,<sup>11),13)</sup> so, some errors could not be avoided,<sup>14),15)</sup> and the observed values became the mean nature of the arteries. Because the measurement was not performed in the same blood vessel but in the complicated blood vessel system, distribution of radius, some branching and different nature of vessel structure, elastic vessel and muscular vessel, existed; only space and constructive mean velocity can be observed. Measuring carotid pressure record needs great skill, so it is not suitable for the screening test. It is also difficult to use standing point of the pulse wave as a base point.

Progression and distribution of the arteriosclerosis have peculiarity, individual to individual and organ to organ, but atherosclerosis of aorta precedes arteriosclerosis of cerebral, coronary and renal arteries. Yoshimura<sup>16)</sup> reported that severe arteriosclerosis of cerebral artery had been recognized in about 70% of the

**Table 2.** R-matrix for healthy students at rest.

	P. R. /min	R-SBP mmHg	R-DBP mmHg	L-SBP mmHg	L-DBP mmHg	R-MP mmHg	L-MP mmHg	MP mmHg
P. R./min	1	0.1854	0.1569	0.0128	0.1021	0.0711	0.0843	0.0846
R-SBP mmHg	0.1854	1	0.1941	0.4211	0.1539	0.4989	0.2912	0.4359
R-DBP mmHg	0.1569	0.1941	1	0.1436	0.6443	0.9466	0.6109	0.8594
L-SBP mmHg	0.0128	0.4211	0.1436	1	0.1413	0.2658	0.4826	0.4157
L-DBP mmHg	0.1021	0.1539	0.6443	0.1413	1	0.6162	0.9323	0.8595
R-MP mmHg	0.0711	0.4989	0.9466	0.2658	0.6162	1	0.6323	0.9006
L-MP mmHg	0.0843	0.2912	0.6109	0.4826	0.9323	0.6323	1	0.9062
MP mmHg	0.0846	0.4359	0.8594	0.4157	0.8595	0.9006	0.9062	1
R-CTT msec	0.0235	0.1166	0.0399	-0.0109	0.1973	0.0696	0.1592	0.1269
L-CTT msec	-0.0611	-0.0643	-0.0187	-0.2349	-0.0179	-0.0292	-0.1036	-0.0804
M-CTT msec	-0.0102	0.0263	0.0268	-0.1379	0.1143	0.0272	0.0435	0.0396
R-RTT msec	0.1029	-0.4489	-0.1885	-0.0841	-0.1441	-0.3134	-0.1434	-0.2514
L-RTT msec	0.2634	-0.2235	-0.1179	0.0524	-0.1717	-0.1743	-0.1206	-0.1626
M-RTT msec	0.1853	-0.3753	-0.1521	-0.0101	-0.1507	-0.2562	-0.1224	-0.2084
O. I.	0.0386	0.0273	0.2003	0.1339	0.1794	0.1841	0.2013	0.2132
	R-CTT msec	L-CTT msec	M-CTT msec	R-RTT msec	L-RTT msec	M-RTT msec	O. I.	
P. R./min	0.0235	-0.0611	-0.0102	0.1029	0.2634	0.1853	0.0386	
R-SBP mmHg	0.1166	-0.0643	0.0263	-0.4489	-0.2235	-0.3753	0.0273	
R-DBP mmHg	0.0399	-0.0187	0.0268	-0.1885	-0.1179	-0.1521	0.2003	
L-SBP mmHg	-0.0109	-0.2349	-0.1379	-0.0841	0.0524	-0.0101	0.1339	
L-DBP mmHg	0.1973	-0.0179	0.1143	0.1441	-0.1717	-0.1507	0.1794	
R-MP mmHg	0.0696	-0.0292	0.0272	-0.3134	-0.1743	-0.2562	0.1841	
L-MP mmHg	0.1592	-0.1036	0.0435	-0.1434	-0.1206	-0.1224	0.2013	
MP mmHg	0.1269	-0.0804	0.0396	-0.2514	-0.1626	-0.2084	0.2132	
R-CTT msec	1	0.6255	0.9026	0.0402	0.0426	0.0293	0.3909	
L-CTT msec	0.6255	1	0.8972	0.0718	0.1748	0.1359	0.4181	
M-CTT msec	0.9026	0.8972	1	0.0124	0.0691	0.0538	0.4502	
R-RTT msec	0.0402	0.0718	0.0124	1	0.6855	0.9246	0.0561	
L-RTT msec	0.0426	0.1748	0.0691	0.6855	1	0.9094	0.1822	
M-RTT msec	0.0293	0.1359	0.0538	0.9246	0.9094	1	0.1323	
O. I.	0.3909	0.4181	0.4502	0.0561	0.1822	0.1323	1	

patients with severe atherosclerosis of aorta.

Concerning about cerebrovascular system, carotid arteries, to be accurate, internal carotid arteries, and vertebrobasilar arteries are participated. In clinically, there are many cerebrovascular disease caused by carotid artery system. So, it is important to measure and evaluate the local pulse wave propagation time of the carotid artery. It might reflect peripheral lesions of carotid artery system.

In Part 1, no variable was significantly correlated to CTT, owing to subjects that all had averaged BP and P.R.; Standard deviation was too small to change CTT. O.I., individual difference, more or less effected on CTT.

In Part 2, circulation system during exercise is different from that at rest. Effects of Pco<sub>2</sub>, Po<sub>2</sub>, sympathetic nerve system and vagal nerve system,<sup>17)</sup> catecholamine<sup>18)</sup> and angiotensin II<sup>19)</sup> would exist. We could

**Table 3.** Regression coefficients ( $|R| > 0.1$ ) for healthy students at rest.  $Y = a_0 + a_1 \times X$ , and,, in the table mean 1% and 5% significance levels, respectively.

X \ Y	R-CTT	L-CTT	M-CTT	R-RTT	L-RTT	M-RTT
R-SBP a0	,, 7.5683			, 24.5073	, 16.6521	, 20.7598
R-SBP a1	0.0262			, -0.1327	-0.0621	, -0.0988
R-DBP a0				, 10.8946	, 10.5077	, 10.5610
R-DBP a1				-0.0409	-0.0238	-0.0291
L-SBP a0		, 16.520	, 13.7805			
L-SBP a1		-0.0456	-0.0243			
L-DBP a0	, 9.0362		, 10.1837	, 10.4351	, 11.0682	, 10.5668
L-DBP a1	0.0314		0.0158	-0.0305	-0.0339	-0.0282
R-MP a0				, 15.4166	, 12.7224	, 13.8437
R-MP a1				,, -0.0906	-0.047	-0.0654
L-MP a0	, 8.2065	, 12.8603		, 11.7949	, 12.6211	, 11.3261
L-MP a1	0.0337	-0.0215		-0.0403	-0.0316	-0.0304
MP a0	8.469			, 14.6180	, 12.7944	, 13.3265
MP a1	0.0301			-0.0794	-0.0479	-0.0581
O. I. a0	2.5994	2.8607	2.7988		4.6717	5.9236
O. I. a1	, 8.3542	, 8.7584	, 8.4916		4.8297	3.3144
P. R. a0				,, 6.8650	4.5446	, 5.9356
P. R. a1				0.0325	0.0776	0.0516
R-CTT a0		, 4.7727	, 2.4575			
R-CTT a1		, 0.6130	, 0.8025			
L-CTT a0	, 3.4368		, 1.8050		, 6.8264	, 7.2794
L-CTT a1	, 0.6383		, 0.8140		0.2212	0.1627
M-CTT a0	-0.5201	0.4197				
M-CTT a1	, 1.0511	, 0.9889				
R-RTT a0					, 3.6582	, 1.8887
R-RTT a1					, 0.6392	, 0.8152
L-RTT a0		, 10.0130		2.0105		
L-RTT a1		0.1382		, 0.7353		
M-RTT a0		, 10.2655		-0.6942	0.5673	,, 1.1063
M-RTT a1		0.1136		, 1.0487	, 0.9606	, 0.8591

**Table 4.** Summeryzed date for the students after athletic loading.

	R-CTTmsec	R-SBPmmHg	R-DBPmmHg	MP mmHg	P. R./min	O. I.
AVG	9.725	137.6	46.02	76.66	89.87	0.956
STD	2.38	26.42	24.86	14.84	27.62	0.092
MAX	15	202	90	116.7	182	1.85
MIN	4	104	0	46.7	48	0.844
COUNT	71	71	71	71	71	12

not find out papers in which these effects on pulse wave velocity were studied. But our CTT data obtained in this 'local method', SBP and P.R. were altered by exercise, had a similar tendency to the results at rest previously reported by others.<sup>20),21),22),23),24)and25)</sup> Concerning radial artery, we evaluated RTT, but no relation could be find out, probably due to vasomotor nerve system. Peripheral arteries are controlled by vasomotor

**Table 5.** R-matrix for the students after athletic loading.

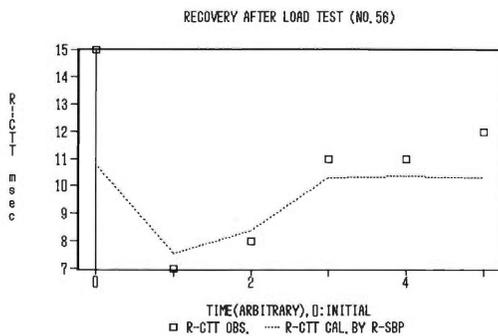
	R-CTTmsec	R-SBPmmHg	R-DBPmmHg	MP mmHg	P. R./min	O. I.
R-CTT msec	1	-0.45	0.39	0.167	-0.35	0.019
R-SBP mmHg	-0.45	1	-0.45	0.079	0.788	0.041
R-DBP mmHg	0.39	-0.45	1	-0.849	-0.46	0.533
MP mmHg	0.167	0.079	0.849	1	-0.06	0.627
P. R./min	-0.35	0.788	-0.46	-0.06	1	-0.07
O. I.	0.019	0.041	0.533	0.627	-0.07	1

**Table 6.** Regression coefficients for the students after athletic loading.  $Y(R-CTT) = a_0 + a_1 \times X$ , in the table means 1% significance level.

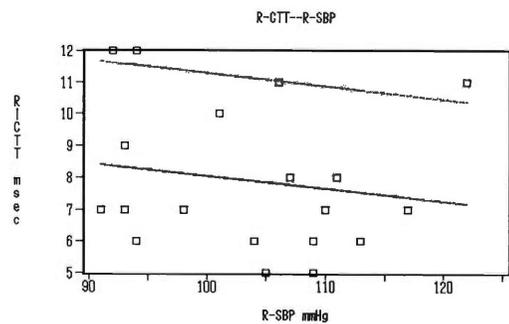
y \ x	R-SBPmmHg	R-DBPmmHg	MP mmHg	P. R./min	O. I.
R-CTT a <sub>0</sub>	, 15.415	, 8.0174	, 7.661	, 12.504	, 9.167
R-CTT a <sub>1</sub>	, -0.0413	, 0.0373	0.0269	, -0.0309	0.583

**Table 7.** Summerrized data for healthy adults.

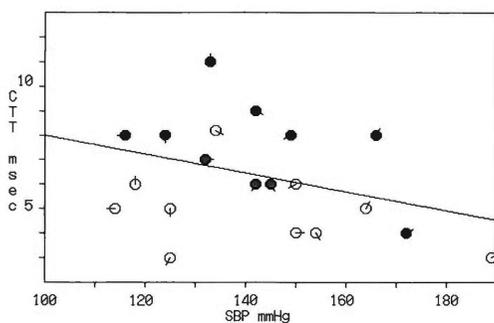
	AGE	R-SBPmmHg	R-DBPmmHg	P. R./min	R-CTTmsec
AVG	45.5	103.6	59	60.3	7.89
STD	6.48	8.95	9.79	6.9	2.222
MAX	58	122	77	75	12
MIN	35	91	41	46	5
COUNT	19	19	19	19	19



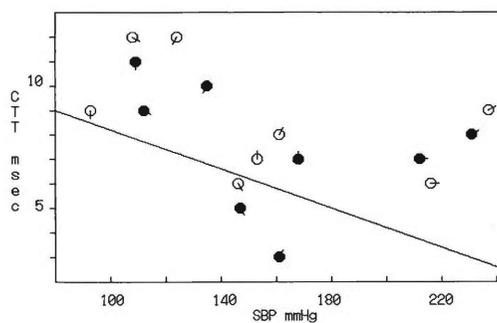
**Fig. 6.** A R-CTT recovery data for a student (No. 56) after load test as a function of time and the calculated value by regression coefficients of R-SBP.



**Fig. 7.** Experimental data of R-CTT and the regression line as a function of R-SBP for the healthy adults. The upper line is the regression line for healthy students. Regression coefficients  $a_1$ s of two regression lines are nearly equal each other. But regression coefficient  $a_0$  shows an age effect.



**Fig. 8.** Experimental data of CTT as a function of SBP for CI patients. Open circle (○) and closed circle (●) are the diseased side and the contralateral side, respectively. The line direction in open and closed circles shows the same patient. The line is the regression line of healthy adults.



**Fig.9.** Experimental data of CTT as a function of SBP for CH patients. Open circle (○) and closed circle (●) are the diseased side and the contralateral side, respectively. The line direction in open and closed circles shows the same patient. The line is the regression line of healthy adults.

nerve. So easily changes its vessel diameter and wall thickness by many factors.

In Part 3, we applied these data obtained by healthy students to patients clinically. In only CI group, we observed CTT of diseased side became shorter than the other side. Pulse wave velocity and/or transit time of carotid artery compared diseased side and cotralateral side in patients with CVD was not reported. On the other hand, studies of electrical models of arterial trees had been developed by many authors from 1960.<sup>16)</sup> From the analogy between arterial trees and electrical net work (blood pressure-voltage, blood flow velocity-current), parameters of electrical net work were determined adjusting parameters that coincide current and voltage forms with blood flow and pulse pressure forms. But the model of electrical net work has many arbitrariness. In a report with QFM-2000XA (HAMEC),<sup>27)</sup> in diseased side, blood flow volume was reduced, blood velocity was decreased, circulation resistance was increased and volume elasticity was increased. We can't compare these results with ours. But considering these results that pulse wave transit time became shorter in diseased side was probably due to effect of some physiological impedance matching mechanism in order to increase blood flow.

We got different results in CH group from that in CI group. One of the reasons for this difference might be caused by a small number of subjects. But as another one, arteriosclerotic changes of cerebral artery in CI and CH are different. Both CI and CH are thought to be caused by arteriosclerosis of intracranial peripheral arteriolar, and CI is also caused by atherosclerosis of internal carotid artery and intracranial main arteries. But CI is suspected to be much more affected.<sup>28),29)</sup>

Regression line in the figure of CTT-SBP (Fig. 8) was calculated by healthy adults ( $45.5 \pm 6.5$  years) but CI group ( $75.7 \pm 6.5$  years) and CH group ( $65.5 \pm 12.8$  years) was older. So, the line should shift below in parallel with the original line by the age effect. And pulse wave transit time of cotralateral side should become shorter and diseased side's be more in the Fig. 8.

To all patients, antihypertensive agents were administrated. When SBP was decreased by drugs, prolongation of pulse wave transit time was observed; Alternation of SBP effected on CTT.

In this study, we didn't evaluate the transit time of patient with DM. DM is thought to be one of the risk factors of CVD, so, different pattern of transit time from healthy adults and/or patients with HT might be found out.

### Acknowledgment

The authors are grateful to Prof. K. Matsushige of Department of Applied Physics, Kyushu University for his contribution of measuring system. And the first author K. Takemura wish to acknowledge Prof. M. Fujishima of Second Department of Internal Medicine, Kyushu University for his kindly suggestion.

### References

- 1) Young, T. : Trans. Roy. Soc. London, **98** (1808) 164.
- 2) Moens, A. I. : Die Pulskurve (ed. E. J. Brill), Leiden (1878).
- 3) Korteweg, D. S. : Ann. d. Phys. u. Chem., **5** (1878) 525.
- 4) Lamb, H. : Mem. Manchester Lit. and Phil. Soc., **42** (1898) 1.
- 5) Witzig, K. : Ph. D. Tesis. Univ. of Berlin, (1914).
- 6) Lamb, G. L. Jr. : Elements of Soliton Theory, John Wiley & Sons. (1980).
- 7) Sakanishi, A. et al. : Reports on Prog. Polym. Phys. in Japan, **26** (1983) 639.
- 8) Sakanishi, A. et al. : Reports on Prog. Polym. Phys. in Japan, **25** (1982) 815.
- 9) Benis, A. M., et al. : Circulation Res., (1970) 1047.
- 10) Kato, M. : Clinic All-Round, **32** (1983) 537 (in Japanese).
- 11) Hayashi, T. : Jikeikai Med. J., **85** (1970) 548.
- 12) Eliakim, M., et al. : Am. Heart J., **82** (1971) 448.
- 13) McLean, C. E., et al. : Angiology, **15** (1964) 221.
- 14) Matzke, D. Priestley, J. B. & Sands, J. : Am. J. Physiol., **67** (1923) 216.
- 15) Bazetl, H. C., Cotton, F. S., Laplace, L. B. & Scott, J. C. : Am. J. Physiol. **113** (1935) 312.
- 16) Yoshimura, S., et al. : Japanese Journal of Clinical Pathology, **21** (1973) 79 (in Japanese).
- 17) Smith, E. E. et al. : Prog. Cardiovasc. Dis., **18** (1976) 421.
- 18) Lutold, B. E., et al. : Schweiz. Med. Wochenschr, **106** (1976) 1735.
- 19) Amery, R., et al. : Cardiology, **68** (1981) 103.
- 20) Bramwell, J. C. & Hill, A. V. : Proc. Roy. Soc. B., **93** (1922) 298.
- 21) Roy, C. S. ; J. C., Downing, A. C. & Hill, A. V. : Heart, **10** (1923) 289.
- 22) Scwimmler, W. : Arch. Kreislaufforschg, **47** (1919) 735.
- 23) Sugimoto, T. & Naota, K. : Electronics no Rinsyo, **53** (1986) 91 (in Japanese).
- 24) Morishita, T., et al. : Journal of Japan Atherosclerosis Society, **12** (1985) 1463 (in Japanese).
- 25) Hasegawa, M., et al. : Electronics no Rinsyo, **11** (1983) 87 (in Japanese).
- 26) Noordegraaf, N. : Biological Engineering (ed. H. P. Schwan), Chap. 5, (1969).
- 27) Obara, K., & Kodaira, K. : Jikeikai Med. J. **31** (1984) 93.
- 28) Takamatsu, S., et al. : Circulation Science, **6** (1986) 1128 (in Japanese).
- 29) Yoshida, Y. : Nousotttyu no Subete, Second Edition, Nankoudou (1980) 67 (in Japanese).



# 突合せ溶接試験片の疲労寿命

原 田 克 身

〈昭和63年 9 月21日受理〉

## Fatigue of Welded Butt-type Test Pieces

The joints under study are the welded butt-type joints. It was found that fatigue lives of these joints were scattered around a single S-N curve, when nominal stress range were plotted against cycles to failure. However, differences in fatigue lives between the joints were rather significant.

The fatigue lives were estimated by means of the stress control concept using the fatigue notch factor,  $K_f$ , that was to take account of geometrical discontinuities at the weld tose and considering the mean stress, including measured the hot-spot residual stress. These lives were found to represent the relationships between the cycles to failure and the stress ranges for various factors including the fatigue notch factors,  $K_f$ , the mean stresses and the hot-spot residual stresses.

Katsumi HARADA

### § 1. 序

現在まで、溶接部や溶接構造物の疲労試験については、多くの研究がなされているが、溶接部の残留応力と疲労強度との関係はまだ解明されていない。

そこで、SS41鋼とSTK55鋼を用いて、突合せ溶接試験片の残留応力を調べ、疲労試験を行い、素材の平均応力のある疲労寿命の関係から突合せ溶接継手の疲労寿命の解明を試みた。

### § 2. 試験片および試験方法

#### 2. 1 試験片

図-1に試験片の形状および寸法を示す。

砂時計形試験片、突合せ溶接試験片共SS41, STK55の12mm鋼板より製作した。どちらも採取方向は圧延方向である。砂時計形試験片は、すべて表面をエメリペーパーで研磨したのち試験に供した。突合せ溶接試験片も残留応力を測定するため電解研磨を行った。

表-1に突合せ溶接試験片の溶接条件を示す。

#### 2. 2 試験方法

##### 2. 2. 1 クリップゲージによる径方向のひずみの検出

軸方向のひずみの検出を行うため直径方向ひずみの測定をクリップ変位計(東京測器, UB-05S)によって行った。

クリップ部は砂時計形試験片の最小径部に一点で接し、しかもずれたり試験片を傷つけないよう、くらは形に製作した。測定器は東京測器製の動ひずみ計(DT

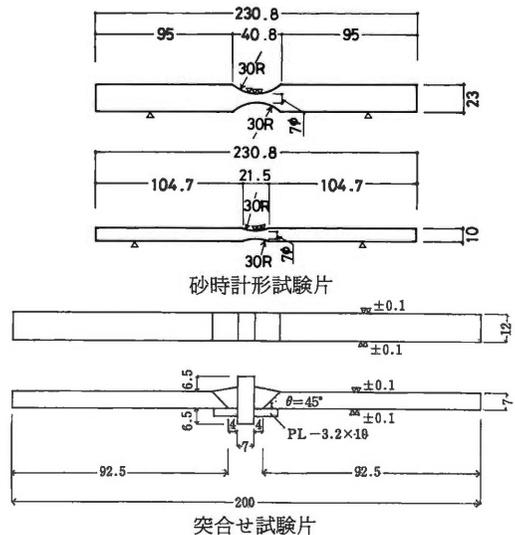


図-1 試験片の形状・寸法

表-1 突合せ溶接試験片の溶接条件

材種	溶接棒	電圧	電流	溶接速度
SS41	TB-24	200V	3.2φ-130A	100 mm/min
			4.0φ-220A	
STK55	LB-52	200V	3.2φ-130A	100 mm/min
			4.0φ-220A	

—6 A) で、記録計は理研電子製のXYレコーダ(D—72B)である。

2.2.2 残留応力の測定

残留応力の測定は、島津X線応力測定装置DX—10を用いて行った。溶接止端部については全て軸方向を測定し(S S41材は25本, S T K55材21本), S S41材, S T K55材共5本については、5mm間隔で20mmまで軸方向を測定した。その後、焼なまし(650°C30分、炉内冷却1日)をし、再び残留応力を測定した。

2.2.3 静的引張試験

砂時計形試験片の静的引張試験は動的試験容量5tの島津サーボパルス疲労試験機を用いて行った。疲労試験と同様に直径方のひずみと荷重をXYレコーダに記録し、後に降伏値および引張強さを計算した。延性率は試験前の断面積と破断後の断面積を拡大投影器(10

倍)により実測し測定した。

2.2.4 疲労試験

疲労試験は静引張試験と同じ動的試験容量5tの島津サーボパルス疲労試験機で行った。

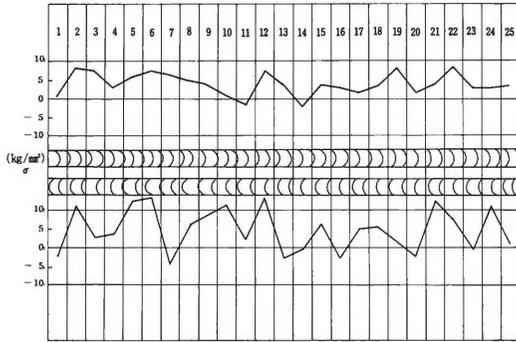
繰返し速度は、繰返し破壊回数 $N_f$ により加減し、0.01Hz~3Hzの間で試験を行った。なお関数波形は三角波を用いた。

§ 3. 試験結果と考察

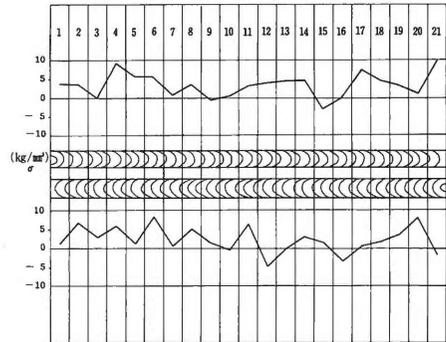
3.1 突合せ試験片の残留応力

図—2、図—3にS S41材, S T K55材の止端部、軸方向(ロール方向)の残留応力分布を示す。

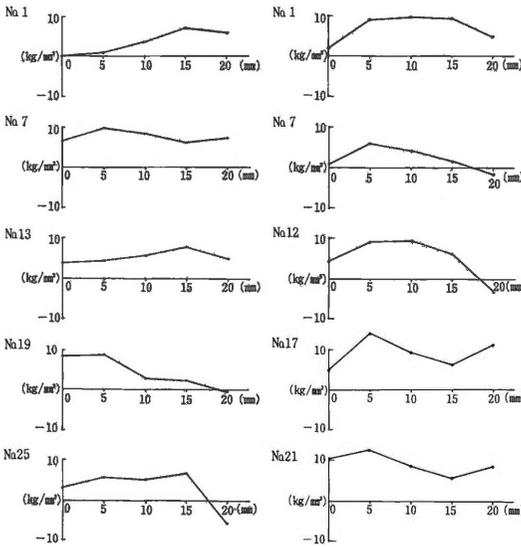
両者共切断後に測定したので中央部、端部の特徴は現われず、両側の平均は0.00kg/mm<sup>2</sup>から10.22kg/mm<sup>2</sup>までバラバラに分布している。残留応力のバラツキの度合



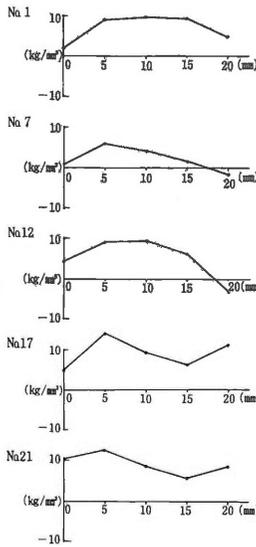
図—2 突合せ試験片残留応力分布 (S S41材)



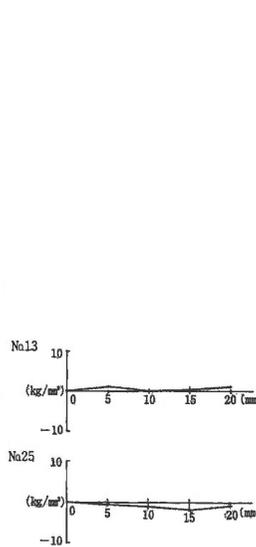
図—3 突合せ試験片残留応力分布 (S T K55材)



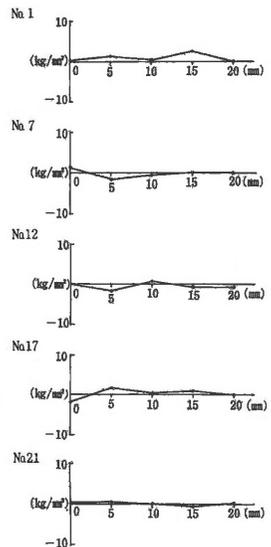
図—4 突合せ溶接試験片軸方向残留応力分布 (S S41材)



図—5 突合せ溶接試験片軸方向残留応力分布 (S T K55材)



図—6 焼鈍突合せ溶接試験片軸方向残留応力分布 (S S41材)



図—7 焼鈍突合せ溶接試験片軸方向残留応力分布 (S T K55材)

いは S S 41材の方が S T K 55材より大きい。

図-4, 図-5に S S 41材, S T K 55材の軸方向残留応力分布を示す。止端部より 20mm 程離れると小さくなり正から負に逆転しているものもあるが、止端部と同じ大きさのものもある。

図-6, 図-7に S S 41材, S T K 55材の焼鈍した軸方向残留応力分布を示す。焼鈍すれば両者共残留応力は減じてほとんど 0 に近く分布している。

3. 2 静引張試験

表-2 に砂時計形試験片の静引張試験結果を示す。それぞれ 2本で数は少ないが、2本共々良く一致し、降伏値、引張強さ、延性率共 S S 41材, S T K 55材の特徴を表わしている。

3. 3 砂時計形試験片の疲労試験

直径方向変位から軸方向ひずみ幅を求めたが、定応力試験においては一般にひずみの変化をとまなうので、定ひずみ試験で通常用いられる塑性ひずみ幅と破壊繰返し数との関係で整理する方法をそのまま適用することはできない。そこで本論文では、応力振幅と平均応力で整理した疲労強度線図を用いた。疲労限度線図には、修正 Goodman 線図, Gerber 線図, Soadrberg

線図,  $\sigma_a - \sigma_r$ 線図が提案されている。<sup>3)</sup>そこで本論文では、応力比  $R = -1.0$ の疲労強度がわかっているものとして、応力振幅  $\sigma_a$ にその値を適用し、平均応力  $\sigma_m$ には降伏値  $\sigma_y$ を適用すると、疲労破壊数  $N_f = 1$ の時には疲労強度係数  $\sigma'_f$ と降伏値  $\sigma_y$ を結んだ線になる。

疲労限度線には塑性ひずみが生じない降伏値の半分  $\sigma_y/2$ と疲労強度係数  $\sigma'_f$ を結んだ線にする。S S 41材の例を図-8 に示す。

平均応力がある場合、応力比  $R = -1.0$ の応力振幅に換算するのに Smith<sup>1)</sup>が提案した式を紹介する。

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{max} \cdot \sigma_a} = \sigma_{max} \sqrt{\frac{(1-R)}{2}}$$

この式に本実験の値を代入して検討した結果ほぼ良い等価値となり表わせることがわかった。

そこで本論文では、疲労破壊数  $N_f = 1$ の疲労強度線と疲労限度線の交点  $(x, y)$ と  $(\sigma_m, \sigma_a)$ の交点を延長し平均応力  $\sigma_m = 0$ の値を応力比  $R = -1.0$ の等価応力振幅として計算した。(図-8)

図-9, 図-10に S S 41材, S T K 55材の実験値の応力幅  $\Delta \sigma$ —破壊回数  $N_f$ 関係を示す。

表-2 砂時計形試験片の引張試験結果

材 種	降伏値 $\sigma_y$ kg/mm <sup>2</sup>	最大荷重 $\sigma_{max}$ kg/mm <sup>2</sup>	延性率 $\epsilon_f$
S S 41	43.55	51.32	0.7332
S T K 55	56.54	67.81	1.1635

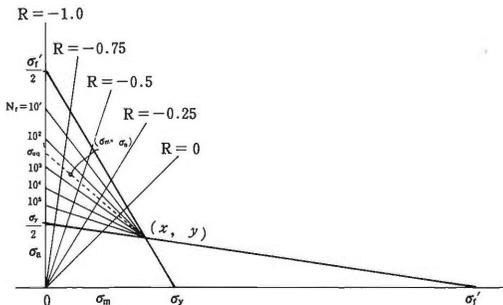


図-8 疲労強度線図

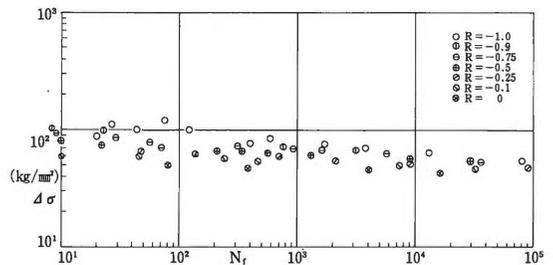


図-9 応力幅・破壊回数関係 (S S 41材)

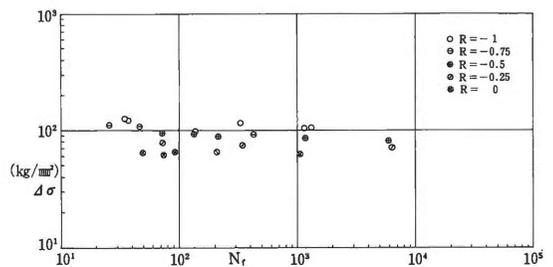


図-10 応力幅・破壊回数関係 (S T K 55材)

図-11, 図-12にS S41材, S T K55材の等価応力幅  $\Delta\sigma_{eq}$ —破壊回数  $N_f$  関係を示す。ただしS T K55材は降伏値  $\sigma_y$  にかえ引張強さ  $\sigma_{max}$  を使用した。

等価応力幅は平均応力のある応力幅を平均応力 0 に換算したもので、実験値そのままの(図-9, 図-10)に比べると、バラツキも少なくだいたい一本の線に集まっている。(図-11, 図-12)

3. 4 突合せ溶接試験片の疲労試験

全て応力比  $R = 0$  で試験を行った。図-13にS S41材, 図-14にS T K55材の試験結果を示す。

S S41材については、残留応力小, 残留応力大, 焼鈍の順に疲労強度が低下しているが, S T K55材については残留応力, 焼鈍による違いは顕著には現われなかった。S S41材の焼鈍材は、残留応力は 0 に近く小さいのに疲労強度が低下した。原因は金属組織の変化と考えられる、このことから単に残留応力を低下させるため焼鈍をしても、金属素材そのものが疲労強度の

低下を招くなら、素材の性質をよく調べて焼鈍しなければならない。

著者は、以前に溶接の切欠きによる疲労強度減少<sup>2)</sup>について論じたことがある。溶接試験片ならば、これらの問題を含んでいる。それで素材の疲労強度を元に疲労強度減少係数  $K_f = 2.0$  と定めて計算した。線図を図-13, 図-14に示す。  $K_f = 2.0$  よりも実験値は下がっている。これは残留応力のないすなわち平均応力  $\sigma_m = 0$  の素材についてのものであり、溶接試験片はそれぞれの平均応力を含んでいる。それで、残留応力の影響を考えた等価応力幅を計算することにする。

まず試験前の残留応力を実応力に加算する。

それから、砂時計形試験片(平均応力のある)で試みた等価応力幅を求める手法で応力幅を求めた。

疲労強度係数はS S41材で  $\sigma'_f = 125.23 \text{ kg/mm}^2$

S T K55材で  $\sigma'_f = 139.43 \text{ kg/mm}^2$

Y軸切片の降伏値の半分は疲労限度であるので、破

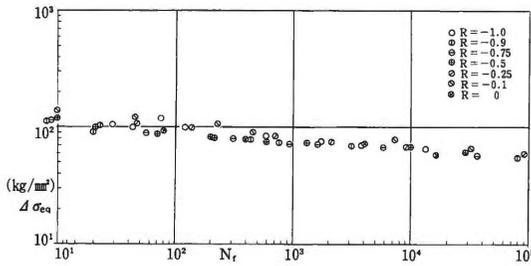


図-11 等価応力幅・破壊回数関係 (S S41材)

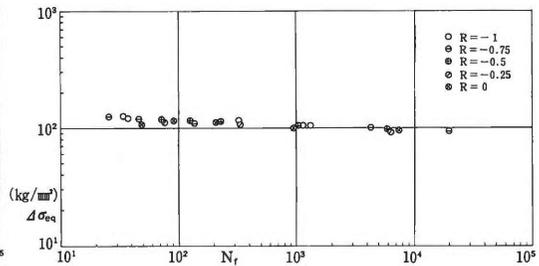


図-12 等価応力幅・破壊回数関係 (S T K55材)

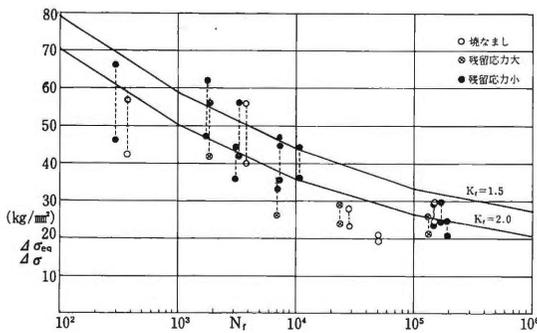


図-13 等価応力幅・破壊回数関係 (突合せ溶接試験片S S41材)

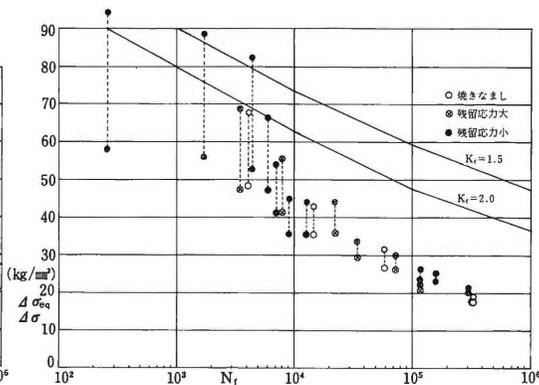


図-14 等価応力幅・破壊回数関係 (突合せ溶接試験片S T K55材)

壊回数  $N_f=10^7$  のときの応力振幅にした。

$$S S 41 \text{材で } \sigma_a = 8.48 \text{kg/mm}^2$$

$$S T K 55 \text{材で } \sigma_a = 14.19 \text{kg/mm}^2$$

$x$  軸切片は降伏値の代わりに実験値に近い  $\sigma_f/2$  とした。

$$S S 41 \text{材で } \sigma_f/2 = 62.62 \text{kg/mm}^2$$

$$S T K 55 \text{材で } \sigma_f/2 = 69.72 \text{kg/mm}^2$$

計算結果を同じマークで図-13、図-14にプロットした。S S 41材では、 $K_t=2.0$ の疲労強度線のまわりに分布している。S T K 55材では  $N_f=10^4$ 未満では、 $K_t=2.0$ の疲労強度線を中心に分布しているが、 $N_f=10^4$ 以上ではかなり低く現われた。

S T K 55材では、残留応力が疲労強度にそれほど影響してないが、S S 41材では残留応力の影響が顕著に現われている。本試験体は突合せ溶接で全て溶接部で破断しており、高サイクル域では、十字スミ肉溶接試験片に比べ、疲労強度も低く現われている。低サイクル域では、残留応力の影響は無くなるものとして平均応力の影響だけで計算した。

#### § 4. 結 論

S S 41材と S T K 55材を供試材として、砂時計形試験片を用いて、平均応力のある定応力疲労試験を行い疲労強度線より等価応力幅を計算した。

次に S S 41材と S T K 55材で突合せ溶接試験片を作製し、全て残留応力を測定、応力比  $R=0$  で試験を行い、残留応力、平均応力と疲労強度減少の影響を入れ等価応力幅を検討した。本研究の結果得られた結論は次の通りである。

(1) 応力比の異なる疲労強度はかなりバラツキているが、等価応力幅に計算すると一本の線に集まる。

(2) S S 41材の突合せ溶接試験片の疲労試験では残留応力小、大、焼鈍の順に疲労強度は高く現われた。

等価応力幅に計算するとだいたい  $K_w=2.0$ の線に集まる。

(3) S T K 55材の突合せ溶接試験片の疲労試験では残留応力に関係なく疲労強度が現われた。

等価応力幅に計算すると  $N_f=10^4$ 未満では、 $K_t=2.0$ の疲労強度線を中心に分布しているが、 $N_f=10^4$ 以上ではかなり低く現われた。これは溶接試験片の疲労強度がかなり低いことに起因している。

(4) 突合せ溶接試験片の残留応力測定値は、切断の後測定したので、中央部、端部の特徴は現われず、バラバラに分布している。軸方向の分布は20mm程離れると  $0 \text{kg/mm}^2$ 近くになるのもあるが、まだ止端部と同じ残留応力を保っているのもある。

疲労試験後に残留応力の変化を測定したが、荷重や

初期の残留応力との相関はなく  $-10 \text{kg/mm}^2$ 前後に現われた。

(5) 残留応力を考慮した平均応力で等価応力幅を推定する方法は、残留応力が正で大きい場合、平均応力も大きくなり、疲労寿命は小さくなる、その時の等価応力幅は大きくなる。つまり疲労寿命が小さい時等価応力幅は大きくなり理に適っている。この逆も成り立つので有用な方法であろう。

(6) 本研究で試みた等価応力幅の推定方法が、ほかの溶接継手にも適用できるかについて、実験的な検証を繰返すことが重要と考えられる。特に材種、溶接条件などの関係についての実験的な研究は今後に残された重要な問題と考えられる。

#### 謝 辞

本研究に際し実験に助力願った、有明高専建築学科62年卒研究生池田、上田、岡本、田中、渡辺君、図表の製作に助力願った、63年卒研究生安川、黒崎、重松、綱頭君に厚く感謝致します。

#### 参考文献

- 1) K. N. Smith, P. Watson, and T. H. Topper: "A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metal", Journal of Materials, 5 (1970) 767.
- 2) 原田克身, 黒羽啓明: 「送電鉄塔現場継手に用いる鋼管通しガセットプレート継手の疲労寿命」, 日本建築学会論文報告集, 第318号, 昭和57年8月
- 3) 日本材料学会編: 「金属材料疲労設計便覧」



# 水平伝熱面からのサブクール核沸騰熱伝達

庵原久夫

〈昭和63年8月25日受理〉

## Subcooled Nucleate Boiling Heat Transfer from the Horizontal Surface

To clarify the fundamental characteristics of heat transfer for subcooled nucleate boiling, the experiments were performed by using a heating surface of copper flat plate facing upwards. Distilled water was used as a test liquid and its degree of subcooling was varied from 0 to 60 K under atmospheric pressure.

The followings were known from the experimental results; (i) The wall superheat required for the boiling initiation becomes large with increasing the degree of subcooling. (ii) Boiling characteristic curve for subcooled boiling shifts toward higher wall superheat compared to the curve for saturated boiling. (iii) Overshoot of wall temperature is not observed at the point of boiling initiation over the range of degree of subcooling from 20 to 60 K under atmospheric pressure.

Hisao IHARA

### 1. はしがき

加圧水形原子炉の一次冷却水側熱交換、高負荷温水ボイラの炉壁部では、サブクール沸騰熱伝達が行われている。従来、サブクール沸騰熱伝達は、管内沸騰流のサブクール域で問題にされることが多く、したがって熱伝達に及ぼすサブクール度の影響も、流速の影響と複合された形で把握されている。一方、プール沸騰に関して言えば、サブクール度を一定に保って実験を行うことが困難であることも一因して、系統的な実験データは殆んど見当らず、強制流動沸騰で得られた知見をもとに伝熱特性の予測が行われている。しかるに、たとえば高負荷温水ボイラでは、蒸気ボイラに比し、壁面に亀裂が発生し易いことが事例報告されており<sup>1)</sup>、その原因の解明にあたっては、サブクール・プール沸騰に関する基本的伝熱特性の解明が必要である。

サブクール核沸騰領域でも、熱流束は壁面過熱度( $\Delta T_{\text{sat}} = \text{伝熱面表面温度} - \text{バルク液温度}$ )には殆んど依存しないことが定説となっているが<sup>2)</sup>、液体のサブクール度が大きくなると、壁温と液温の温度差による液の対流効果と壁面に発生する気泡の発生・消滅過程が密接に関連し、サブクール度によって熱流束に対する対流の寄与分が異なることが予測される。又、サブクール・プール沸騰における沸騰開始点のサブクール度依存性や、沸騰開始点のオーバーシュート現象があるか否かも不明である。

これらサブクール・プール核沸騰熱伝達の基本的な

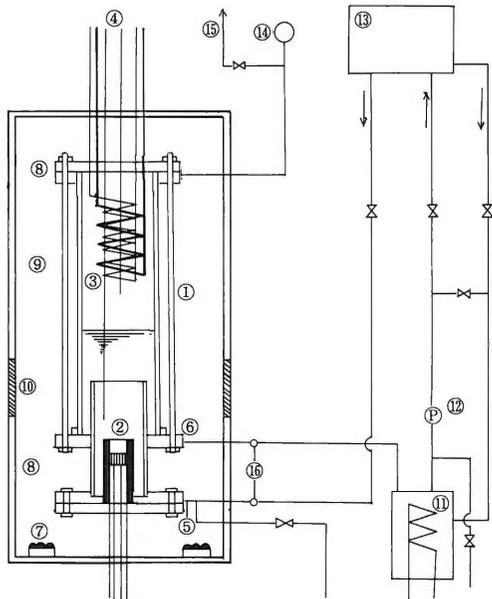
沸騰特性を解明するために、直径40mmの水平上向き銅伝熱面を用いて、大気圧下で、サブクール度を変化させて実験を行い、沸騰特性曲線を求めたので報告する。

### 2. 実験方法

2.1 実験装置 実験装置の概略を図1に示す。

沸騰容器①はガラス製の2重円筒(外筒:内径162mm,高さ590mm,内筒:内径127mm,厚さ6.5mm,高さ290mm)で、円筒の中に収められた伝熱面ブロック②(外径104mm)の上端面の直径40mmの中央部が銅平板伝熱面である。沸騰容器には外部ループが接続されており、クーリングタンク③並びにタンク④でコントロールされた所定のサブクール液が低流速で内筒の内側下部より流入し、伝熱面から熱を除去して内筒の外側を下向きに流れ下部に流出する。

また、実験装置の主要部は恒温槽内に設置し、恒温槽の温度並びにクーリングタンク③をコントロールすることで所定のサブクール度を保つことができるようにしてある。

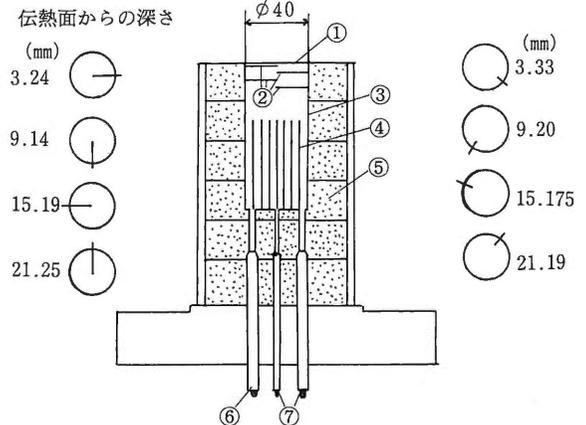


- ① 沸騰容器
- ② 沸騰伝熱面
- ③ コンデンサー
- ④ 熱電対
- ⑤ サブクール液流入口
- ⑥ サブクール液流出口
- ⑦ 恒温槽加熱器
- ⑧ フランジ
- ⑨ 恒温槽
- ⑩ 観察窓
- ⑪ クーリングタンク
- ⑫ ポンプ
- ⑬ タンク
- ⑭ 圧力計
- ⑮ 真空ポンプ
- ⑯ サーモカップル

図1 実験装置の概略

2.2 伝熱面詳細 伝熱面は直径40mmの水平上向き銅板で、その詳細を図2、図3に示す。

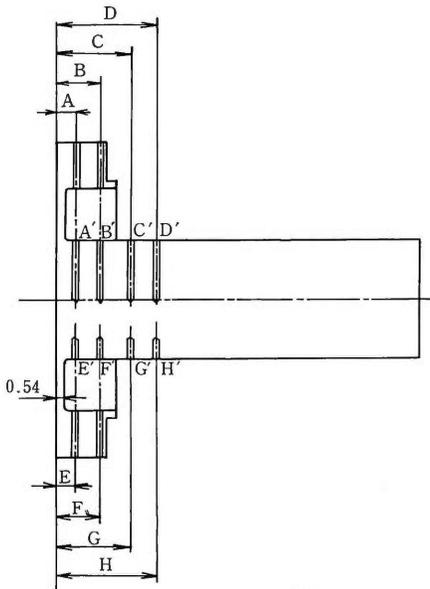
円柱状銅ブロックの上端面①が沸騰伝熱面であり、低熱流束域において、伝熱面構成上その周辺接合部のみから、気泡が発生するのを避けるために周囲の非沸騰面とは一体構造にしてある。銅ブロックの下部には溝を切っており、溝の中には電気加熱器④が挿入されている。伝熱面熱流束は、この加熱器より円柱部分の熱伝導によって付与される。銅ブロック内部には、図2に示されているように深さ（中心軸上には、伝熱面表面より3.24, 9.14, 15.19, 21.25mm, 中心から半径の2分の1だけ離れた位置に、同様にして3.33, 9.20, 15.175, 21.19mm）に熱電対②が埋込まれている。これらの熱電対により伝熱面表面の温度及び熱流束を求める。



- ① 沸騰伝熱面
- ② 熱電対
- ③ 銅ブロック
- ④ 伝熱面加熱器
- ⑤ 成形雲母板
- ⑥ 熱電対導線取出口
- ⑦ 加熱器導線取出口

図2 伝熱面詳細

伝熱面ブロック1.1キリ穴の検定



単位：mm

端面からの長さ	深さ	端面からの長さ	深さ
A	3.24	A'	20.50
B	9.14	B'	19.54
C	15.19	C'	20.14
D	21.25	D'	20.02
E	3.33	E'	8.01
F	9.20	F'	8.14
G	15.175	G'	7.98
H	21.19	H'	7.95

図3 伝熱部詳細

2.3 実験方法 伝熱面を0/4番エメリ紙で入念に仕上げ水洗したものを実験装置に取付けた後に蒸留水を一定液位まで注入する。次に伝熱面加熱器にを入力し熱流束を与えるとともに、実験液体循環装置にも入力する。実験圧力と温度の設定はクーリングタンク内の冷却器と恒温槽加熱器で行い、この2つにより一定のサブクール水温度を確保した後に熱流束を段階的に変化させながら測定する。飽和沸騰の場合には循環装置は必要とせず、バルク液温と蒸気温度の測定値より飽和状態を確認した上で伝熱面に熱流束を与える。伝熱面からの発生蒸気は凝縮器で復水することにより液位を一定に保つとともに沸騰中においても設定した飽和状態を維持できるようにした。またこの場合の熱伝達の測定も、サブクールの場合と同様に行う。

2.4 実験条件 実験条件としては、伝熱面：上向き銅平板、直径40mm、試験圧力：0.10Mpa、試験液体：蒸留水 ( $\Delta T_{sub} = 0 \sim 60K$ )、熱流束範囲： $q = 1.0 \times 10^4 \sim 1.0 \times 10^6 W/m^2$ 、バルク液温度の設定：図1の(a)の熱電対による、とする。

2.5 測定値 測定はサブクール度 ( $\Delta T_{sub}$ ) 0 K, 20K, 35K, 40K, 60Kについて行った。尚、熱電対により温度を測定する位置は次の通りである。

- V<sub>1</sub> : バルク液
- V<sub>2</sub> : 蒸気空間
- V<sub>3</sub> : 恒温槽内
- V<sub>8</sub> : 伝熱ブロック中央列 3.24 (伝熱表面より)
- V<sub>9</sub> : 伝熱ブロック中央列 9.14 (mm)
- V<sub>10</sub> : 伝熱ブロック中央列 15.19
- V<sub>11</sub> : 伝熱ブロック中央列 21.25
- V<sub>12</sub> : 伝熱ブロック側列 3.33
- V<sub>13</sub> : 伝熱ブロック側列 9.20
- V<sub>14</sub> : 伝熱ブロック側列 15.175
- V<sub>15</sub> : 伝熱ブロック側列 21.19

3. 実験データの整理

3.1 伝熱面表面温度の計算 ( $T_w$  [°C])

伝熱面ブロックの中央と、少し外側の2列にうめ込んだ熱電対で温度がわかるため、温度分布を直線で近似することで表面温度を推定する。すなわち、最小2乗法を用いて表面温度と傾きをだす。

$$S = \sum \{T_i - (ax_i + b)\}^2 \tag{1}$$

- a : 傾き ( $= \partial T / \partial x$ )
- b : 表面温度 ( $= T_w$  [°C])
- $x_i$  : 表面からの深さ [mm]
- $T_i$  : 各深さにおける温度 [°C]

(1)式においてSが最小となるようなa, bの値を求める。

$$\partial S / \partial a = 0 \tag{2}$$

$$\partial S / \partial b = 0 \tag{3}$$

(2)式, (3)式を(1)式に代入して連立方程式を立て、a, b夫々について式を導く。

$$\begin{aligned}\partial S/\partial a &= \sum\{-2x_i(T_i - ax_i - b)\} \\ &= -2(\sum x_i T_i - a \sum x_i^2 - b \sum x_i) \\ &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\partial S/\partial b &= \sum\{2(T_i - ax_i - b)\} \\ &= 2(\sum T_i - a \sum x_i - Nb) \\ &= 0\end{aligned}\quad (5)$$

(5)式より

$$b = \frac{\sum T_i \cdot \sum x_i^2 - a \sum x_i}{N} \quad (6)$$

(6)式を(4)式に代入して

$$a = \frac{N \sum x_i T_i - \sum T_i \cdot \sum x_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

又、(5)式より

$$a = \frac{\sum T_i - Nb}{\sum x_i} \quad (7)$$

(7)式を(4)式に代入して

$$b = \frac{\sum T_i \cdot \sum x_i^2 - \sum x_i (\sum x_i T_i)}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

各 a, b は伝熱ブロックの中央と外側の 2 列により 2 つの値が出るが、以下の計算はその平均値を用いる。

### 3. 2 熱流束の計算 ( $q$ [W/m<sup>2</sup>])

$$q = -\lambda \cdot \partial T / \partial x$$

$\lambda$ : 熱伝導率 ( $\lambda_w$  (銅) = 334/0.86)

$$\partial T / \partial x = a \times 10^3$$

### 3. 3 与えられる過熱度の計算 ( $\Delta T_b$ [K])

$$\Delta T_b = T_w - T_b$$

$T_w$ : 伝熱面温度 [°C]

$T_b$ : 実験液体の温度 [°C]

### 3. 4 熱伝達係数の計算 ( $\alpha$ [W/m<sup>2</sup>·K])

$$\alpha = q / \Delta T_b$$

$$\left[ \equiv \frac{q}{T_w - T_b} = \frac{q}{\Delta T_{\text{sat}} + \Delta T_{\text{sub}}} \right]$$

$q$ : 熱流束 [W/m<sup>2</sup>]

$T_w$ : 伝熱面温度 [°C]

$T_b$ : 実験液体の温度 [°C]

$\Delta T_b$ : 壁温と実験液体の温度差 [K]

$\Delta T_{\text{sat}}$ : 伝熱面過熱度 [K]

$\Delta T_{\text{sub}}$ : 水のサブクール度 [K]

## 4. 実験結果

図 4 は平滑面 (0/4 番エメリ紙で研磨仕上) を用いて、大気圧下における蒸留水の飽和沸騰 (サブクール度 0 K) 並びにサブクール沸騰 (サブクール度 20 K, 35 K, 45 K, 60 K) 時の伝熱面と実験液体の温度差  $\Delta T_b = T_w$  (伝熱面温度 [°C]) -  $T_b$  (実験液体の温度 [°C]) と熱流束  $q$  [W/m<sup>2</sup>] の関係を示したものである。図中の黒塗りの記号はバーンアウト近傍の高熱流束域から熱流束を段階的に下げながら実験を行った場合、白抜きの記号は自然対流域から熱流束を段階的に上げながら実験を行った場合を示す。本図より判ることは、熱流束の付加方法の差異による  $\Delta T_b$  の有意差は認められない。又、飽和沸騰時に低熱流束域から熱流束を上げていく場合に見られるような沸騰開始点のオーバーシュート現象も、サブクール度 20 K ~ 60 K の実験条件下では認められなかった。図中の左側の実線は西川の実験式 (飽和沸騰時  $\alpha = 3.16 P^{0.4} \cdot q^{0.67}$ )<sup>4)</sup> による計算値で、測定値とよく一致している。図の中央と右側の 2 本の実線は、修正 Mikic-Rohsenow の式<sup>3)</sup>による計算値である。中央の実線はサブクール度 20 K, 右側の実線はサブクール度 60 K の場合である。サブクール度 60 K の場合は、修正 Mikic-Rohsenow の式による計算値と実験値は良好な対応を示しているが、サブクール度 20 K の場合は計算値が示す様な明確な屈曲点はない様である。本図から、同一熱流束を得るに必要な  $\Delta T_b$  (伝熱面と液体の温度差) は飽和沸騰よりもサブクール沸騰、同じサブクール沸騰でもサブクール度が大きくなるにつれて大きくなることが判る。これは沸騰時の伝熱特性が伝熱面近傍の気泡の挙動に大きく左右されることから考え合せると当然であろう。

図 5 は図 4 と同じ条件で採取したデータを伝熱面加熱度  $\Delta T_{\text{sat}} = T_w$  (伝熱面温度 [°C]) -  $T_{\text{sat}}$  (実験液体の飽和温度 [°C]) と熱流束  $q$  (W/m<sup>2</sup>) の関係に整理して図示したものである。図示の実線は大気圧下における蒸留水の飽和沸騰時における西川の実験式<sup>4)</sup>より求めたものである。サブクール度の 0 K (すなわち飽和沸騰) 時のデータは西川の実験式に近似している。低熱流束時にはサブクール度が増す毎に同一伝熱面過熱度における熱流束が増す傾向を示す。これは伝熱面上部のサブクール水の対流効果が伝熱機構に影響を及ぼすためである。高熱流束時には飽和沸騰とサブクール

沸騰は一本の線にまとまる傾向を示すが、サブクール沸騰の方が飽和沸騰曲線よりも右側にシフトする様になる。すなわち、サブクール沸騰時の方が同一熱流束を得るのに、大きな伝熱面加熱度が必要になることを意味している。

図 6 は実験結果を  $\alpha$  (熱伝達係数) -  $q$  (熱流束) 線図にまとめたものである。

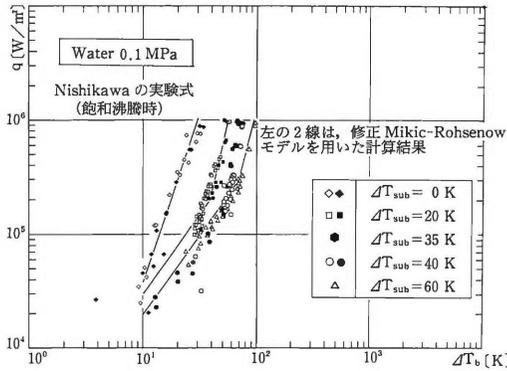


図 4 実験結果 ( $q - \Delta T_b$  線図)

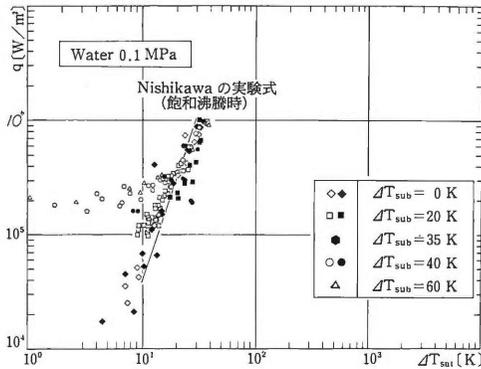


図 5 実験結果 ( $q - \Delta T_{sat}$  線図)

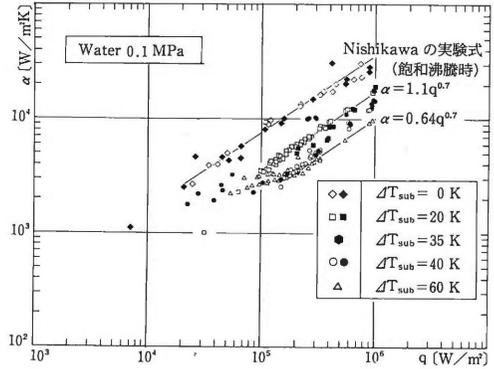


図 6 実験結果 ( $\alpha - q$  線図)

#### 4. 考 察

今回の一連の実験に使用した伝熱面は、実験開始直前に 0 / 4 番エメリ紙で研磨仕上げをした後に蒸留水中に設置した。熱流束、サブクール度を種々変化させた一連の実験期間中、伝熱面の再研磨は行わなかった。一連の実験終了時には、伝熱面の輝度は失われ、薄い酸化皮膜に蔽われた状態になっていた。そこで今回の測定データと実験毎に伝熱面を研磨して測定された測定データに基づく西川の実験式<sup>4)</sup>、修正 Mikic-Rohsenow の式<sup>3)</sup>の計算結果を比較したが、両者はよく一致している。

図 4, 5, 図 6 について考察すると、

a) 液体のサブクール度を増せば、沸騰開始点の  $\Delta T_b$  (壁温と液温の温度差) は増加する。

b) 熱流束を低熱流束より高熱流束に順次増した場合、飽和沸騰時に見られる沸騰開始点のオーバーシュート現象がサブクール沸騰時には見られないことの原因は不明であるが、高サブクール度の場合、気泡底部に存在する薄液膜の蒸発が支配的伝熱機構と考えられている<sup>5)</sup>ことから推察すると、理解できる現象である。

c) 同一伝熱量を確保するために必要な壁温と液温の温度差  $\Delta T_b$  は、対流伝熱領域 (サブクール度 20 K で

$1 \times 10^5 \text{W/m}^2$ 以内では、その差は小さいが、サブクール沸騰領域内に入ると温度差 $\Delta T_b$ は順次増加する。すなわち、壁温と液温の温度差は大きくなり伝熱面への熱流束付与のオン・オフに伴って伝熱面に発生する熱応力が増大することが判る。

d) 従来、核沸騰領域ではサブクール度が異なっても沸騰特性曲線 ( $\Delta T_{\text{sat}}$  (壁温と液体飽和温度の差) と熱流束  $q$  の関係を示す曲線) はおおむね 1 本の線でもとめられ、なおかつ飽和沸騰曲線にほぼ一致することが管内沸騰流の場合には確かめられていたが、プール沸騰の場合には、そのまま適用できないようである。実験結果によれば  $\Delta T_{\text{sub}} = 20 \text{K}$  のときに高熱流束で沸騰曲線が右にシフトする程度が最も大きくなっている。その理由は不明であるが、気泡のかく乱効果とサブクール液の対流効果の相互作用に関係があると思われる。

e) 水の飽和核沸騰熱伝達に関する熱伝達係数は、Fritz, Nichejew, Nishikawa, Müller 等によって整理式が発表されているが、何れも熱伝達係数は系の圧力と熱流束に依存することが確かめられており、系の圧力の場合は熱伝達係数は熱流束の 0.7 乗に比例して増加する結果を得ている。

各研究者の整理式を  $\alpha = c_1 \cdot p^{n_p} \cdot q^{n_q}$  の形に整理し直すとそれぞれの定数  $c_1$ ,  $n_p$ ,  $n_q$  は下記ようになる。<sup>4)</sup>

発表者	$c_1$	$n_p$	$n_q$
Fritz	1.86	0.24	0.72
Michejew	3.0	0.15	0.7
Nishikawa	3.16	0.4	0.67
Müller	2.06	0.23	0.7

今回、大気圧下でサブクール度を変化させて実験したデータを整理すると、

サブクール度 20K の場合は、 $\alpha = c_1 \cdot q^{n_q}$  において  
 $c_1 = 1.1$      $n_q = 0.7$

サブクール度 60K の場合は、 $\alpha = c_1 \cdot q^{n_q}$  において  
 $c_1 = 0.64$      $n_q = 0.7$   
(但し、 $\alpha : \text{W/m}^2\text{K}$ ,  $q : \text{W/m}^2$ )

すなわち、サブクール沸騰における熱伝達係数はサブクール度 20K, 60K 共におおむね熱流束の 0.7 乗に比

例する。これは飽和沸騰時の文献値 0.67~0.72 と一致した値である。比例定数は飽和沸騰時の文献値が 1.86~3.16 であるのに対し、サブクール沸騰時にはサブクール度 20K で 1.1, サブクール度 60K で 0.64 とサブクール度が増すに従って比例定数が小さくなる。このことは熱流束が同一でも飽和沸騰よりサブクール沸騰の方が熱伝達係数は小さくなり、かつサブクール度が大きくなるほど熱伝達係数の低下率が大きくなることを示している。これはサブクール度  $\Delta T_{\text{sub}}$  の増加とともに水温  $T_b$  が低下し、同一熱流束の下で温度差  $\Delta T_b$  ( $T_w - T_b$ ) が增大することによる。ただし、壁面温度  $T_w$  は従来言われているように  $\Delta T_{\text{sub}}$  の変化に対して一定ではなく、サブクール沸騰の  $T_w$  は飽和沸騰のそれよりも高くなる傾向を持つ。(例えば、 $\Delta T_{\text{sub}} = 20 \text{K}$  のデータに顕著に見られる。) この原因はサブクール沸騰の場合は伝熱面に発生した気泡が周囲の低温の水に冷却されて、伝熱面上あるいは上昇過程で消滅するために伝熱面近傍の液体を攪拌する度合いが、サブクール水の場合少なくなるためと考えられる。

## 5. 結 言

蒸留水を試験液体として、系圧力 0.1MPa, サブクール度  $\Delta T_{\text{sub}} = 0 \sim 60 \text{K}$  の範囲でサブクール核沸騰熱伝達の実験を行い、大気圧下における蒸留水のサブクール沸騰時の沸騰特性を明らかにし、各熱流束より熱伝達係数を求める実験式を導いた。得られた沸騰特性を要約すれば、

1. サブクール度を増せば、沸騰開始点の  $\Delta T_b$  (壁温と水温の温度差) は増加する。
2. サブクール度 20~60K では沸騰開始点のオーバーシュート現象は見られない。
3. サブクール沸騰では沸騰曲線が飽和沸騰時よりも右側にシフトする。(すなわち、同一熱流束を得るに必要な伝熱面過熱度  $\Delta T_{\text{sat}}$  (壁温と液体の飽和温度差) が大きくなる。)  $\Delta T_{\text{sat}} = 20 \text{K}$  の場合が最も大きくなる。

今回の実験は上記の条件下で行ったが、試験液体や系の圧力を変化させた場合の沸騰特性や、熱伝達係数に及ぼす圧力の影響を明らかにすること、又大気圧下で更に広範囲のサブクール度における沸騰実験を行い、サブクール度が熱伝達係数に及ぼす影響を定量化することなどが今後の課題である。

最後に、本研究を行うに当たり、貴重な助言と御指導を賜った九州大学藤田教授、大田助教授、卒研を通じて熱心の実験とデータ整理をされた学生諸君、また

実験装置の製作等に種々御協力をいただいた実習工場の技官の方々に深く感謝の意を表します。

### 参考文献

- 1) 森木, ボイラ研究, 137-10 (昭48)
- 2) W. H. McAdams, Heat Transmission, 3rd Ed (1954), McGraw Hill
- 3) 藤田・大田ほか2名, 第23回日本伝熱シンポジウム講論 (1986-5), 160
- 4) 一色・北山, 伝熱工学 (1984), 101, 森北出版
- 5) Judd, R. L. and Hwang, K. S., Trans. ASME Ser. C, Vol.98 (1976), 623



# 差分法による同軸円筒電極内の電位計算

— 電極半径比に対する分割数の目安について —

浜 田 伸 生

〈昭和63年 8 月17日受理〉

## Calculation of Potential in Coaxial Cylinder Electrodes by the Method of Finite Differences

— On the criteria of split numbers of region  
regarding the ratio of two electrode radii —

The method of finite differences, one of the methods of region split, is often used for the numerical calculation of electric field strength and electric potential in Poisson's field that has space charge in it, but that is nothing but an approximate value, and the convergent value changes a great deal owing to the difference in the number of the division of the region.

This paper deals with the results of the calculation of the errors of the convergent value in the analytic solutions, caused by the difference in the number of the divisions in Laplace's field in the coaxial cylinder electrodes, and also with the results of the calculation of criteria for appropriate division numbers regarding the ratio of the two electrode radii.

Nobuo HAMADA

### 1. ま え が き

空間電荷の存在する、いわゆるポアソンの場の電界、電位の数値計算にしばしば領域分割法の一つである差分法が用いられるが、これはあくまで近似計算であり、分割数の違いにより、その収束値は大幅に変化する。精度よく計算を行うためには分割数はなるべく大きいほうが望ましいが一方で計算ステップ数が増え、計算時間が飛躍的に長くなる。

そこで本稿では同軸円筒電極のラプラスの場における分割数の違いによる収束値の、解析解に対する誤差、および電極半径比に対する、必要かつ妥当な分割数の目安について計算したのでその結果について報告する。

### 2. 同軸円筒電極の解析解と差分法

電界、電位に関して領域空間を支配する方程式は

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0 \quad (\text{ポアソン方程式}) \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (2)$$

$$\therefore \nabla^2 \phi = -\rho / \epsilon_0 \quad (3)$$

ただし  $\mathbf{E}$  : 電界  $\epsilon_0$  : 真空の誘電率

$\phi$  : 電位  $\rho$  : 空間電荷密度

であり、空間電荷の存在しない、いわゆるラプラスの

場では  $\rho=0$  だから(3)式は

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{ラプラスの方程式}) \quad (4)$$

となる。直角座標系で示すと

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 = 0 \quad (5)$$

これを同軸円筒電極に適用するため、円筒座標系に書き改めると、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (6)$$

回転対称で、かつ  $z$  方向に充分長ければあとの 2 項は 0 となり

$$(1/r) \cdot \partial / \partial r (r \cdot \partial \phi / \partial r) = 0 \quad (7)$$

$$\therefore (1/r) \cdot \partial \phi / \partial r + \partial^2 \phi / \partial r^2 = 0 \quad (8)$$

ここで  $a$  : 内側電極半径,  $b$  : 外側電極半径とし、境界条件として内側電極表面電位  $\phi|_{r=a} = V_0$ , 外側電極で  $\phi|_{r=b} = 0$  とすると、これはすぐに積分できて、

$$\phi(r) = V_0 \cdot \ln(r/b) / \ln(a/b) \quad (9)$$

として求まる。

つぎに差分方程式とその解について考える。差分法の基本は領域を格子で分割し、ラプラスの方程式を各格子点の電位を未知数とした差分方程式に置き換えることである。そのためには各格子点の電位を着目する。

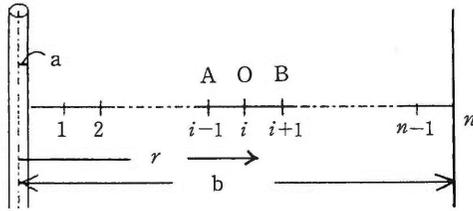


図1 領域の分割

格子点の近傍でテイラー級数に展開する。z方向に十分に長ければ図1のように半径方向のみの分割を考えればよく、rの近傍で電位 $\phi$ をテイラー展開すると、

$$\phi_r = \phi_i + [(r-r_i) \cdot \partial\phi/\partial r] r_i + \frac{1}{2} [(r-r_i)^2 \cdot \partial^2\phi/\partial r^2] r_i + \dots \quad (10)$$

この式をもとに格子点(分割点)  $i-1$ ,  $i+1$ の点の電位を求めると、

$$\phi_{i-1} = \phi_i + [(r_{i-1}-r_i) \cdot \partial\phi/\partial r] r_{i-1} + \frac{1}{2} [(r_{i-1}-r_i)^2 \cdot \partial^2\phi/\partial r^2] r_{i-1} + \dots \quad (11)$$

$$\phi_{i+1} = \phi_i + [(r_{i+1}-r_i) \cdot \partial\phi/\partial r] r_{i+1} + \frac{1}{2} [(r_{i+1}-r_i)^2 \cdot \partial^2\phi/\partial r^2] r_{i+1} + \dots \quad (12)$$

$r_i - r_{i-1} = r_{i+1} - r_i = h$ とおき3項以降を省略すると、

$$[\partial\phi/\partial r]_{0A} \approx (\phi_i - \phi_{i-1})/h \quad (13)$$

$$[\partial\phi/\partial r]_{B0} \approx (\phi_{i+1} - \phi_i)/h \quad (14)$$

$$\therefore [\partial\phi/\partial r]_{BA} \approx \{[\partial\phi/\partial r]_{B0} + [\partial\phi/\partial r]_{0A}\}/2 = (\phi_{i+1} - \phi_{i-1})/(2h) \quad (15)$$

$$[\partial^2\phi/\partial r^2]_{BA} \approx \{[\partial\phi/\partial r]_{B0} - [\partial\phi/\partial r]_{0A}\}/h = (\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1})/h^2 \quad (16)$$

よってラプラスの方程式(8)は

$$(\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1})/h^2 + (\phi_{i+1} - \phi_{i-1})/(2h)/r = 0 \quad (17)$$

となり、これより

$$\phi_i = (\phi_{i-1} + \phi_{i+1})/2 + (h/4r)(\phi_{i+1} - \phi_{i-1}) \quad (18)$$

ただし  $i = 1 \sim n-1$  ( $n$ :分割数)

この差分方程式の解を逐次加速緩和法(SOR法)により求める。これは最初に境界条件などの適当な値を与えて、差分式から新しい $\phi$ を求め、その結果を次の出発値として次つぎに計算を進め(ガウスサイデルの反復法)、同時に繰り返すごとの変化量を加速係数 $\omega$ を用い過評価して真の値に近づけるものである。

(18)式をSOR法により書き表すと

$$\phi_i^{(k+1)} = \phi_i^{(k)} + \omega R_i^{(k)} \quad (19)$$

$$R_i^{(k)} = (\phi_{i-1}^{(k+1)} + \phi_{i+1}^{(k)})/2 + (h/4r) \times (\phi_{i+1}^{(k)} - \phi_{i-1}^{(k+1)}) - \phi_i^{(k)} \quad (20)$$

加速係数 $\omega$ を用いることにより収束が飛躍的に速くなるが、半面あまり大きな値をとると解が発散してしまう。 $\omega$ は1~2の範囲が採用されるが、実際問題

では $\omega$ の値を変えながら収束の様子を調べて適当な値とする必要がある。<sup>1)</sup>

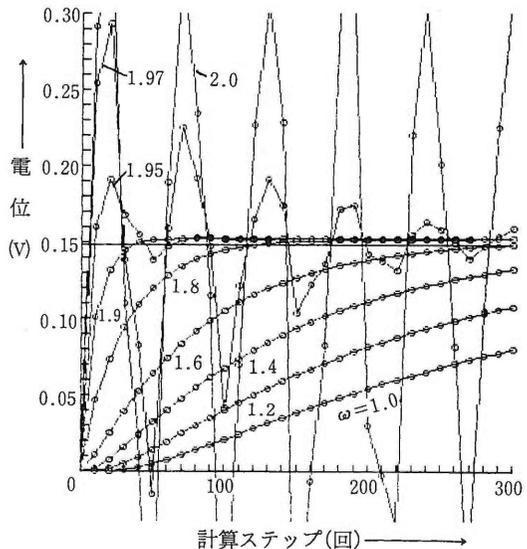
### 3. 計算の準備

同軸円筒電極の内側電極に与える電位を $V_0 = 1$ (V)、電極半径 $a = 0.01 \sim 0.1$ の0.1刻み、外側電極の半径 $b = 1$ としそれぞれ規格化して考える。また電極内領域は10分割より始めて百数十分割まで計算するが、着目考慮する電位点はつねに領域内10等分の各点について考える。式(19)が収束したかどうかの判定方法としては、計算値が振動しない範囲の $\omega$ を採用して単調増加とし、かつ電極半径比および分割数の如何にかかわらず領域10等分全点の電位の、計算10ステップごとの計算値が前回の結果に対して、増加率 $10^{-5}$ 以下になると計算を打ち切る、という方法をとった。

なおこれらの計算および図はN88BASICコンパイラによった。

### 4. 計算の結果と検討

規格化電極半径 $a/b = 0.01$ の場合において(9)式より求める領域中央点の電位の解析解と、一例として領域50分割の場合について上記と同じく領域中央点の電



$a/b = 0.01, n = 50$

図2 中央点電位の収束の様子

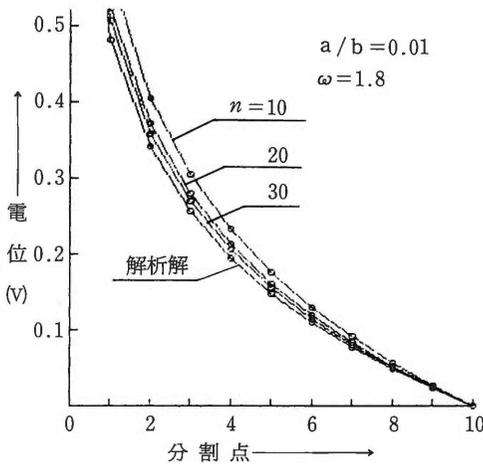


図3 領域10等分各点の電位

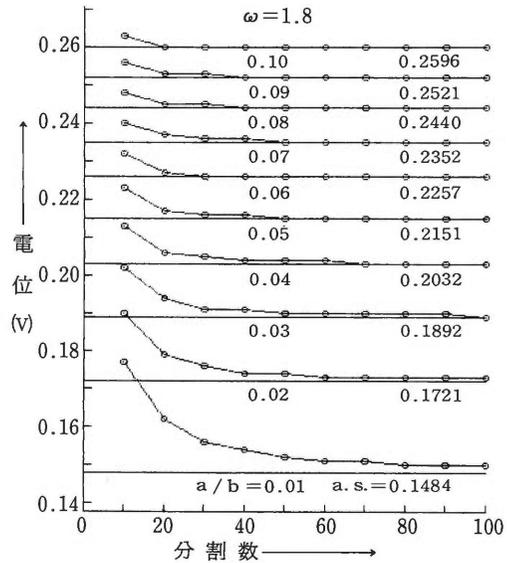


図5 分割数の違いによる中央点電位の収束値の変化

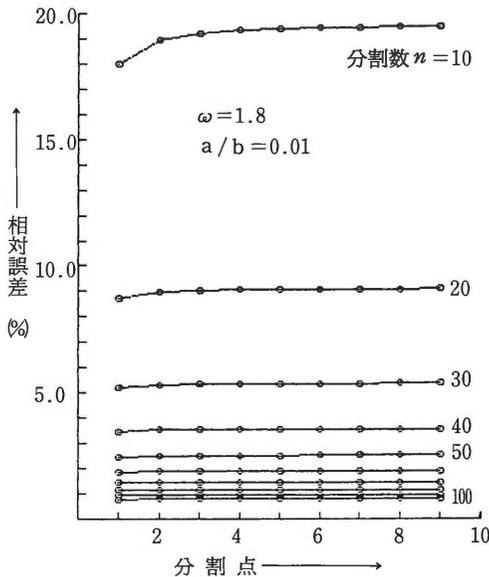


図4 領域10等分各点の相対誤差

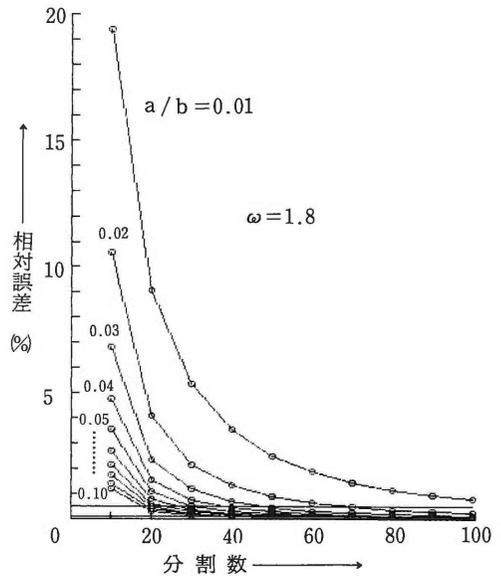


図6 中央点電位の収束値の相対誤差

位の、計算ステップ300回までの収束状況を  $\omega = 1.0 \sim 2.0$  をパラメータとして、図2に示す。

$\omega = 1$  の場合がガウスザイデルの方法による計算結果と一致する。図から分かるように  $\omega$  が大きくなるにつれ収束が速くなり、 $\omega = 1.9$  程度までは振動せずに収束して行くが、 $1.95$  では振動が始まる。そして  $\omega = 2$  では発散の様相を示す。発散する場合を除き、 $\omega$  の値は収束値に対しては影響を与えず、ただ、その収束の遅速にのみ関係する。したがって  $\omega$  の値としては発散しない範囲でなるべく大きな値が望ましい。

収束の判定方法として前記3に述べたような方法を採用したので  $\omega = 1.8 \sim 1.9$  が望ましいが絶対に振動しないという前提を考え、念のため  $\omega = 1.8$  を採用した。

そこで  $\omega = 1.8$ 、 $a/b = 0.01$  の場合の領域10等分の各点の電位の収束値を分割数  $n$  をパラメータとしてプロットしたものが図3である。図では紙面の都合上30分割までしか示していないが、収束値は領域の分割

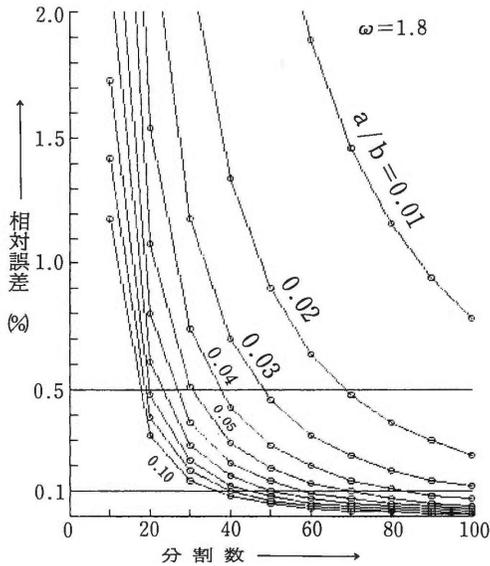


図7 相対誤差2%以下の拡大部分

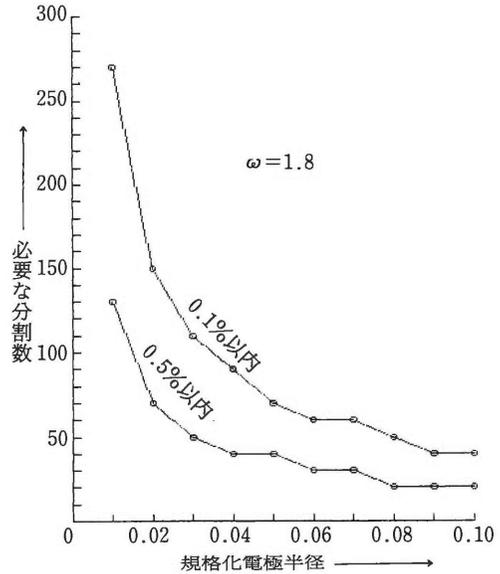


図8 規格化電極半径に対する必要分割数

数により決まり、その数が大きいほど解析解に近づく。この場合の各点の、解析解に対する各10等分全点の相対誤差%を示したものが図4であり、これからも上記のことがうなずける。

つぎに領域中央点の電位に特に着目して、規格化電極半径  $a/b=0.01\sim 0.10$  をパラメータとして解析解 (a. s.) と各分割の場合の収束値との関連を示したものが図5であり、この様子を解析解に対する相対誤差で示したものが図6である。これから  $a/b$  が一定なら分割数が、また分割数が一定なら  $a/b$  が、それぞれ小さいほど相対誤差は大きくなるのが分かる。

図6の相対誤差2%以内の部分拡大したものが図7であり、0.1%および0.5%にラインを引いている。さらにこの図から相対誤差をパラメータとして規格化電極半径に対して、それぞれの相対誤差以内に納めるための必要な分割数を示したものが図8である。

この図より一般的な同軸円筒電極の半径比から必要な分割数の目安をつけることができる。これらの曲線は大略

$$n = \alpha \cdot (a/b)^\alpha \cdot (a/b)^{-\beta} \quad (2)$$

ただし、 $\alpha, \beta$ : 定数

なる式で示される。このうち相対誤差を0.1%以内に納めるに必要な曲線の式の定数はそれぞれ  $\alpha=7, \beta=0.8$  となる。

以上のことから、計算精度を上げるためには  $a/b$  が小さくなるほど必要な分割数は指数関数的に大きくなり、したがって計算回数も飛躍的に増大することが分かった。

## 5. あとがき

同軸円筒電極のラプラスの場合における領域各点の電位を差分法により数値計算する場合において、規格化された電極半径の各値に対して、0.1%、0.5%以内に納めるに必要な分割数の目安について計算した。今後は空間電荷の存在する、ポアソンの場合の電位分布を計算して行きたい。

なお差分法による数値計算に当たっては山形大学工学部・浅野和俊教授に多くの御助言を頂きました。ここに厚く感謝いたします。

## 6. 参考文献

- 1) 浅野和俊「電荷のまわりの電界計算法 第3講 差分法による解法」静電気学会誌第11巻第3号 (1987)
- 2) 河野照哉・詫間 薫「数値電界計算法」コロナ社

## ポリウレタンの熱分解に関する研究 (第14報)

— 充填剤ポラパック Q を用いた Pyr-GC によるポリエーテル, ポリエステル成分の分析 —

吉 武 紀 道・丸 尾 三 成  
古 川 睦 久\*

〈昭和63年9月21日〉

A Study of Thermal Degradation of Polyurethanes (14)  
— Analysis of polyether and polyester components by Pyr-GC method  
with a Porapak Q column —

This study was carried out in order to identify the polymer glycol components in polyurethanes by means of Pyrolysis gas chromatograph with a Porapak Q column. Polymer glycols used were Poly (oxypropylene) glycol, Poly (oxyethylene) glycol, Poly (oxytetramethylene) glycol, Polyethylene adipate, Poly-3-methyl pentamethylene adipate, Poly- $\beta$ -methyl valero lactone, Polycaprolactone, and Hydroxyl-terminated polybutadiene. Pyrograms of these polymer glycols were characterized. Polymeryglycols in the polyurethanes were easily identified from the patterns of pyrograms which were extremely similar to those of polymeryglycols.

Norimichi YOSHITAKE · Mitsunari MARUO  
and Mutsuhisa FURUKAWA

### 1. 結 言

ポリウレタンの成分分析や熱分解機構の解明を著者らは直接熱分解マススペクトロメトリー (Pyr-MS), Pyr-GC-MS, 熱分解ガスクロマトグラフィー (Pyr-GC) や熱分析 (DSC, TG-DTA-DTG) を用いて行ってきた。前報では Pyr-GC, Pyr-GC-MS によりシリカゲルカラムを用いてポリウレタン中のポリオール成分が比較的簡単に同定出来ることを報告した。<sup>1-3)</sup>

本研究ではシリカゲルカラムよりも検出成分の多い Porapak Q カラムを用いた Pyr-GC のパイログラムの特徴の検討とポリウレタンの成分分析についての知見を得ることを目的とした。Haken 等<sup>4)</sup>は Porapak Q を充填剤に用いたパイログラムのピークパターンよりポリウレタン中のポリエーテルとポリエステル成分の区別を行っているが、本研究では更にポリオール成分の種類を増し種々のポリエーテル, ポリエステル, 炭化水素系ポリオールのパイログラムとポリウレタンのそれとの比較をした。その結果各ポリオールのパイログラムの指紋ピーク (各成分間での相違) を、又ポリウレタンのパイログラムはそのポリオール成分のそれと殆ど大きな相違のないことを明らかにした。

### 2. 実 験

#### 2. 1 装 置

装置は、熱分解装置 (柳本KK製 GP-1018型) を、ガスクロマトグラフ (柳本KK製 G-180型) に接続して用いた。

検出器は TCD を用い、データ処理装置 (島津製作所KK製クロマトパック CR-6A 型) を接続して拡大、縮小したパイログラムを得た。

#### 2. 2 試 料

分析に用いたポリウレタン, ポリマーグリコール, 等の種類, 構造式, および略号は表 1 の通りである。

試料の極めて少量 (0.5~5 mg) を白金製の試料ホルダーに取り、熱分解装置の石英管内を落下させ電気炉の中心で熱分解させ Pyr-GC の試料として供した。

#### 2. 3 操 作 条 件

熱分解温度は 600°C とし充填剤には Porapak Q (1 m ステンレスカラム) をキャリアーガスにはヘリウムを用いた。

熱分解装置で熱分解された試料の熱分解生成物はカラムで分離後、TCD で検出された。

昇温条件は初め 60°C で 8 分間保ち 10°C/min で 230°C まで昇温しついで、230°C を測定終了まで

\*長崎大学工学部材料工学科

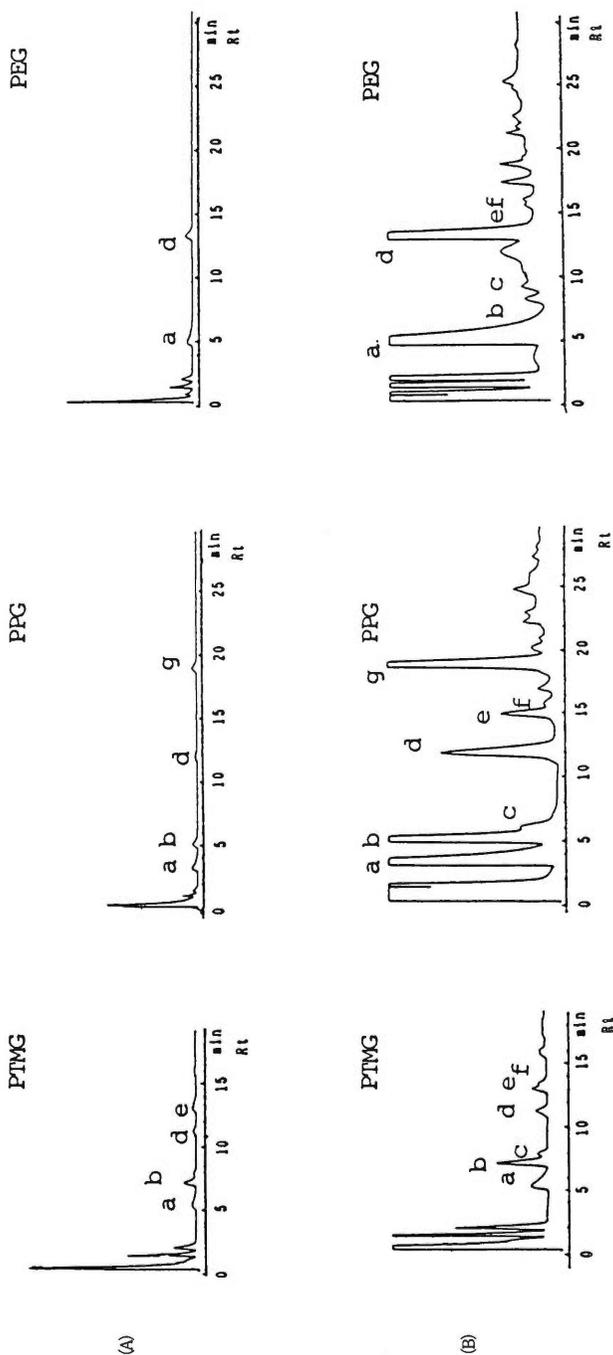


図1. 種々のポリマーグリコール (ポリエーテル系) のパイログラム (TCD)

保った。

### 3. 結果と考察

各試料から得られたパイログラムを図1~4に示す。

パイログラムはTCDの結果をデータ処理したものを示している。上段(A)は、最大ピークがチャート内におさまるように感度調整したものを示したが他のピークが小さくなりすぎ特徴がつかめないため、下段(B)のように感度を上げて測定したパイログラムを示した。感

表 1 試料の略号, 名称, 構造

略号	名称	構造
A. ポリウレタン		
1. E1,E2,E3	弾性体	E1(PTMG-TDI-MOCA):E2(PPG-TDI-MOCA):E3(PEA-NDI-BD)
2. F1,F3	発泡体	F1,F3(PPG-TDI系)
B. ポリエーテル系グリコール		
1. PTMG	ポリオキシテトラメチレングリコール	HO((CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> O) <sub>n</sub> H
2. PEG	ポリオキシエチレングリコール	HO((CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> O) <sub>n</sub> H
3. PPG	ポリオキシプロピレングリコール	HO[CH <sub>2</sub> CH(CH <sub>3</sub> )O] <sub>n</sub> H
C. ポリエステル系グリコール		
1. PEA	ポリエチレンアジペート	H(O(CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> OCO(CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> CO) <sub>n</sub> O(CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> OH
2. PCL	ポリカプロラクタム	H(O(CH <sub>2</sub> ) <sub>5</sub> CO) <sub>n</sub> OCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> O(CO(CH <sub>2</sub> ) <sub>5</sub> O) <sub>n</sub> H
3. PMPA	ポリ-3-メチルペンタメチレンアジペート	HOCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> CH(CH <sub>3</sub> )CH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> O(CO(CH <sub>2</sub> ) <sub>4</sub> COOCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> CH(CH <sub>3</sub> )CH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> O) <sub>n</sub> H
4. PMVL	ポリ-β-メチルバレロラクトンエステル	H(OCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> CH(CH <sub>3</sub> )CH <sub>2</sub> CO) <sub>n</sub> OCH <sub>2</sub> CH(CH <sub>3</sub> )CH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> OH
D. 炭化水素系ポリマーグリコール		
1. PB	ポリブタジエン	HOCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> CHCH <sub>2</sub> (CH <sub>2</sub> CH) <sub>n</sub> CH <sub>2</sub> CHCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> OH $\begin{matrix}   & &   \\ \text{CH}=\text{CH}_2 & & \text{CH}=\text{CH}_2\text{CH}=\text{CH}_2 \end{matrix}$

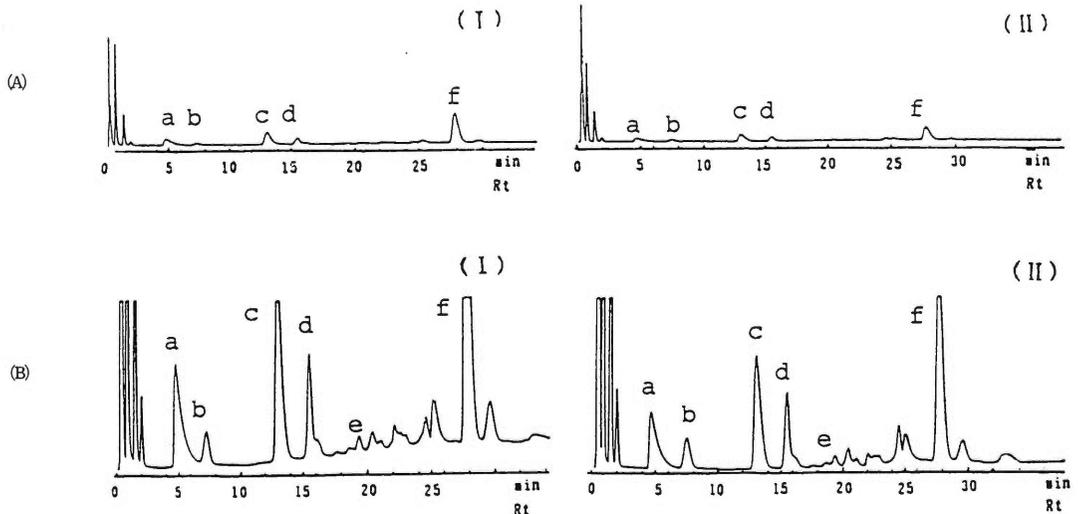


図 2. PEAのパイログラム (TCD)

度を上げることによりシリカゲルカラムの場合に比して多くの熱分解生成物が検出されていることが分かる。

また特徴的なピークには a, b, c 等の記号をつけて検討した。

### 3. 1 ポリエーテル系グリコール (図 1)

(A)では感度が低く、3分以降のピークは低い。感度を上げた(B)では多くのピークが現れていることが

分かる。

ピーク a ~ f, g は各ポリマーグリコールでは相対位置に共通性があると考えられるが、ピークの高さ等に相違があり区別ができる。すなわち PPG では g ピークが強く出ている。PTMG では a, d のピークが小さく、PEG では b, c ピークが小さく d のピークの前にピークがでている。

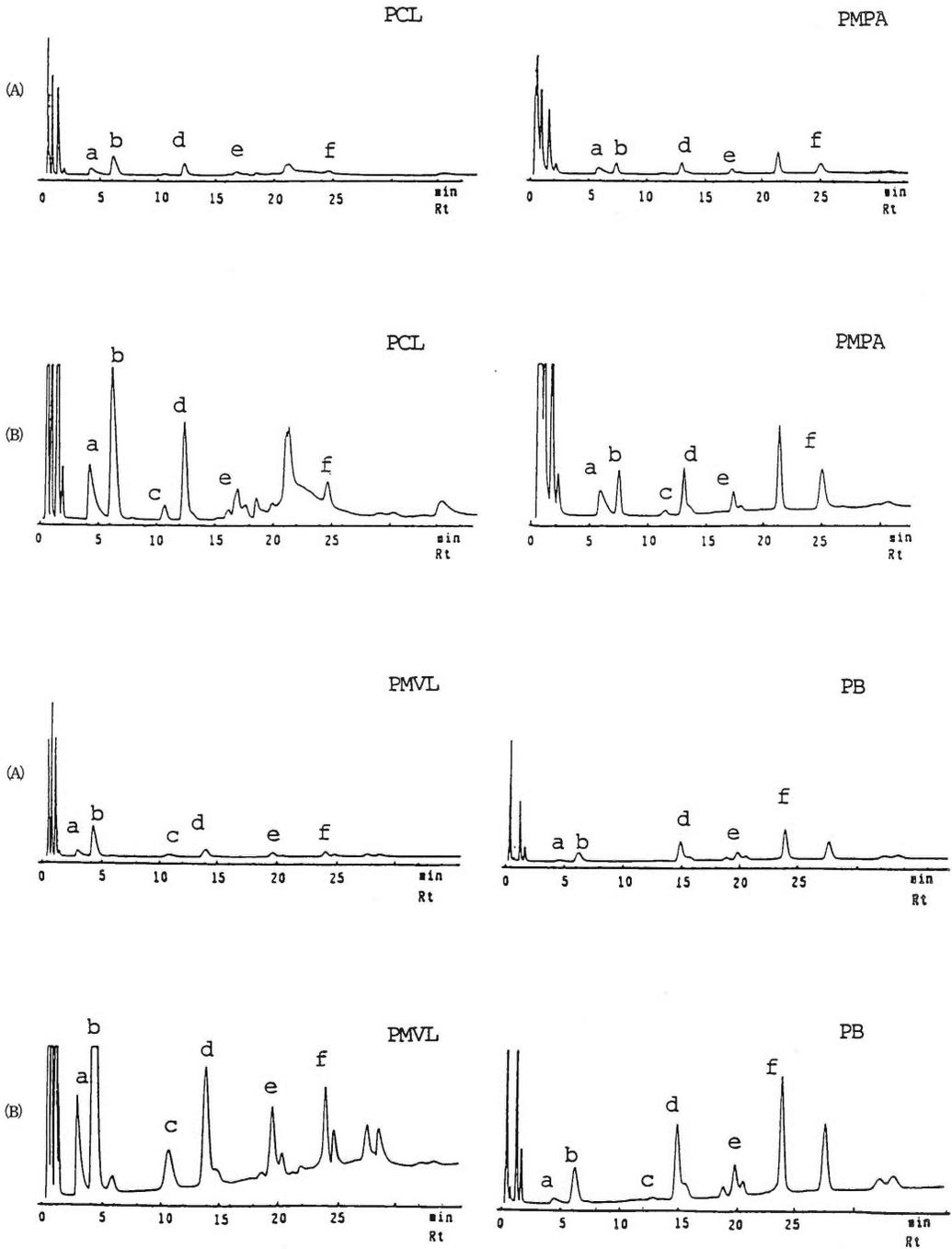


図3. 種々のポリマーグリコール (ポリエステル系, 炭化水素系) のパイログラム (TCD)

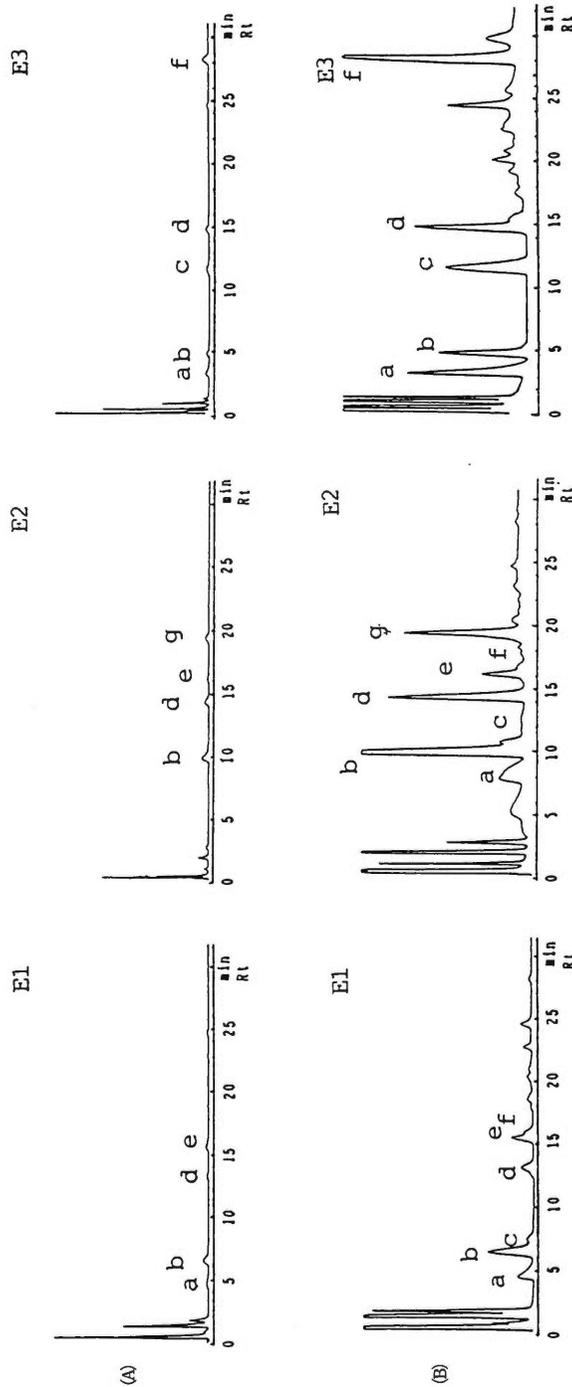


図 4. 三次元ポリウレタン (弾性体) のパイログラム (TCDによる)

### 3. 2 ポリエステル系グリコール (図 2, 3)

図 2 に示す PEA のパイログラムは保持時間 5 ~ 6, 13~16, 20~25, 28~30のところにピークが出ており、製造メーカーが異なる (I), (II) の PEA

では 25 分付近の 2 本のピークが逆転している他は全く同一である。図 3 に示す他のポリエステル系グリコール PCL, PMPA のパイログラムには保持時間 4 ~ 6, 11~13, 16~18, 20~21, 25 分のところに、PMVL のそれには 3 ~ 6, 11~14, 20, 25 分のとこ

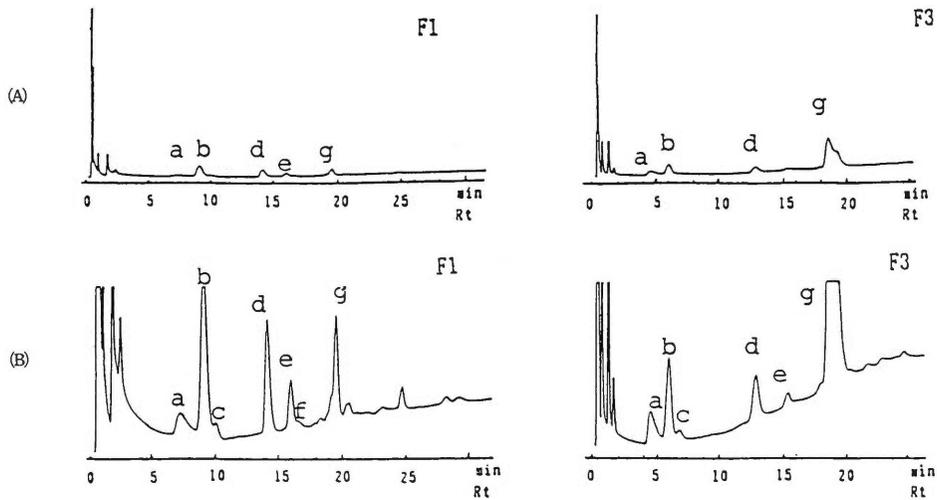


図5. 三次元ポリウレタン (発泡体) のパイログラム (TCDによる)

ろに数本のピーク (a~f) が現れており、それぞれの強度は各ポリオールにより異なっている。

炭化水素系ポリオールであるPBのパイログラムは保持時間1~6, 14~16, 20, 25, 27分にa~fのピークを示しPEAとよく似たピークパターンを示しているがそのピーク強度は異なっている。

これらのことよりPBも含めてポリエステル系グリコールのパイログラムはいくつかの共通ピークを有するがそれらのピーク強度の相違から区別も可能となる。

### 3. 3 ポリウレタン (図4, 5)

ポリウレタンのパイログラムは図4, 5と図1~3の比較から分かるようにポリウレタンの成分ポリマーグリコールのそれとほぼ同一であった。

従ってポリウレタン弾性体のパイログラム(図4)のパターン分析を行うと各ポリオールのパイログラムの比較からE1, E2はそれぞれPTMG, PPGであることを判別することは困難ではない。E3はRt 5分のa, bピークの大小関係からPEAと考えることが出来、これらのピークよりPEAと他のポリエステル系グリコールの区別ができる。

三次元ポリウレタン (発泡体) のパイログラム (図5) においてF3ではベースラインが上がっているが、a~gを照合することによりF1, F3ともにPPGであると判別出来る。

## 4. 結 論

前報<sup>1,2)</sup>のシリカゲルカラムによるポリウレタンと

原料ポリマーグリコールの分析結果と今回のPorapak Qカラムによる分析結果はピークの複雑性はあるが、ほぼ同じ結果が得られた。つまりPorapak Qの使用によりシリカゲルカラム同様ポリウレタン中の原料ポリマーグリコールの判別が可能である。

しかしながらPorapak Qやシリカゲルカラムではジイソシアネート成分からの熱分解生成物のピークは見いだすことが出来なかった。充填カラムでは一回の測定でポリウレタンの熱分解生成物の分析は不可能と考えられ今後キャピラリーカラムを用いたPyr-GCの有効性がクローズアップされてくる。<sup>5)</sup>

各ピークの同定については、今後PyrGC-MS, PryGC-FT-IRによって測定して行く予定である。

## 文 献

- 1) 吉武, 古川, 丸尾, 畑川: 有明高専紀要 第23号 P105 (1987)
- 2) M. Furukawa, N. Yoshitake, T. Yokoyama: J. Chromatogr., 435-1, 219 (1988)
- 3) 吉武, 古川, 丸尾, 畑川: 有明高専紀要 第24号 P143-150 (1988)
- 4) J. K. Haken and M. Millingen: J. Chromatogr., 283, p371-374 (1984)
- 5) H. Ohtani, T. Kimura, K. Okamoto and S. Tsuge: J. Analytical and Applied Pyrolysis, 12 (1987) 115-133

## Some Aspects of the Thought Presentation in Mark Twain's *The Prince and the Pauper*

Shigeru IKEDA

(Received September 21, 1988)

### Introduction

One of the stylistic features of Mark Twain's *The Prince and the Pauper* (1882)<sup>1</sup> seems to be in unique modes of rendering the thoughts in the minds of characters in the novel. It enables us to look into their minds and see things and events from the viewpoints of the characters as they confront a sequence of events in this tale of switched identities — a tale in which the Prince in rags is thrown out among people in the harsh and brutal life of the 16th-century English kingdom and undergoes difficulties; the pauper boy clad in gold and jewels, on the other hand, finds himself in troubles, but gradually bends, and begins to show willingness to adapt himself to the ways of living in the court. The author's use of thought presentation, it seems, contributes to highlighting the Prince in his anguish in mistreatment and his growth through hardships, and the pauper boy in his self-conceit in the court.

Our discussion of the author's thought presentation in this text includes his representation of thought where the verb of thought act as the reporting verb is replaced by a verb of saying in the reporting clause. This mode, which makes it seem almost identical with one of speech presentation, serves to render a character's thought vividly and heightens the conscious quality in the thought presented by giving the thought a 'verbal' articulation which the mode of soliloquy allows. Both the description of the situation the characters are placed in, and the portrayals of the thoughts which reveal the way they look at it, bring to relief dramatic irony in this novel and rouse our compassion for them. And the author's irony, at the same time, at certain follies of the people and the courtiers concerning the matter of outward appearance — is given prominence by the same choice of presentation.

In Chapter I we will examine the author's varied use of thought presentation, and in Chapter II we will focus our attention on the representation of thoughts employed in the delineation of the Prince as he learns and grows up, and the portrayals of Tom as he labors in his honest strife for aptitude in the court.<sup>2</sup>

### I

1. 0 In this chapter we will examine the modes or forms of thought presentation the author uses in delineating characters.

1. 1 First we will take up one of the instances of the author's representation of thoughts in the mode of Narrative Report of a Thought Act (NRTA), in which only a minimal report of the thought is given in the nominalized form of the reported clause. The following quotation is from a passage where the author portrays Tom as his head grows full of 'delicious picturings of the charmed life of a petted prince in a regal palace' by the reading of Father Andrew's old books:

By and by Tom's reading and dreaming about princely life wrought such a strong effect upon him that he began to 'act' the prince, unconsciously. His speech and manners became curiously ceremonious and courtly, (1) *to the vast admiration and amusement of his intimates*. But Tom's influence among these young people began to grow, now, day by day; and in time he came to (2) *be looked up to, by them, with a sort of wondering awe, as a superior being*. He seemed to know so much! and he could do and say such marvelous thing! and withal, he was so deep and wise! Tom's remarks, and Tom's performances, were reported by the boys to their elders; and these, also, presently began to discuss Tom Canty, and (3) *to regard him as a most gifted and extraordinary creature*. Full-grown people brought their perplexities to Tom for solution, and (4) *were often astonished at the wit and wisdom of his decisions*. In fact (5) *he was become a hero to all who knew him* (6) *except his own family — these, only, saw nothing in him*. (Ch 2)<sup>3</sup>

The neighbors' esteem for the boy swells, from 'admiration and amusement' in (1) to 'a sort of wondering awe' in (2). His speech and remark are first referred to as his 'remarks performances,' then as 'marvelous things' of Tom's, and are later regarded as 'the wit and wisdom of his decisions.' The boy becomes 'a superior being' in (2), next 'a most gifted and extraordinary creature' in (3), and finally almost to 'a hero' in (5), and in anticlimax in (6) the author comically hints at the likely picture of an actual situation of the boy and the people around him.

In the next quotation we can see instances of thought presentation in Indirect Thought (IT) and Free Indirect Thought (FIT). Tom is clad 'in the gaudy plumage' of the Prince. The Prince leaves him alone in his cabinet:

... Tom played with the jeweled dagger that hung upon his thigh; (1) *he examined the costly and exquisite ornaments of the room; he tried each of the sumptuous chairs*, and (2) *thought how proud he would be if the Offal Court herd could only peep in and see him in his grandeur*. (3) *He wondered if they would believe the marvelous tale he should tell when he got home, or if they would shake their heads, and say his overtaxed imagination had at last upset his reason*.

At the end of half an hour (4) *it suddenly occurred to him that the prince was gone a long time*; then right away he (5) *began to feel lonely; very soon he fell to listening and longing*, and ceased to toy with the pretty things about him; (6) *he grew uneasy, then restless, then distressed*. (7) *Suppose some one should come, and catch him in the prince's clothes, and the prince not there to explain. Might they not hang him at once, and inquire into his case afterward? He had heard that the great were prompt about small matters*. . . . (Ch 5)

The description of Tom's early thoughts is made in NRTA in (1), then in IT in (2) and (3). Later, as the absence of the Prince is prolonged, Tom's thoughts are portrayed in NRTA in (4) and (5) and (6), then in FIT in (7), where the author guides us inside the mind of the boy in a different tone from other modes of thought presentation, displaying less authorial intervention and much of the vividness of the active mind of the character. The expression of the boy's fear of 'the great' seems to imply the author's satire at the court.

1. 2 Next we will deal with Direct Thought (DT). What attracts our attention in his uses of DT is that he frequently presents thoughts in a form of Direct Thought in which thought is conveyed by a reporting verb of 'saying,' and we shall indicate this form by DT'. The selection of the verb of saying instead of the thought act verb makes the reported thought almost like a kind of monologue or soliloquy. The abundant use of this form of the 'soliloquy' convention throughout the text may indicate the author's intention of imitating the tone or the mood of the world in the 16th-century England. This device, like monologue in the English drama

at that day, may talk to the reader directly. We will see an instance in the following quotation, where Tom's mother startles the Prince out of his slumber by striking the floor by his ear with her knuckles. The boy's hand does not show Tom's habit of raising it before his eyes when startled, and she knows he is not her boy :

(1) *The poor woman was smitten almost helpless with surprise and grief ; but* (2) *she contrived to hide her emotions, and to soothe the boy to sleep again ; then she crept apart and* (3) *communed miserably with herself upon the disastrous result of her experiment.* (4) *She tried to believe that her Tom's madness had banished this habitual gesture of his ; but she could not do it.* (5) *"No," she said, "his hands are not mad, they could not unlearn so old a habit in so brief a time. Oh, this is a heavy day for me !"*

Still, (6) *hope was as stubborn, now, as doubt had been before ;* (7) *she could not bring herself to accept the verdict of the test ;* (8) *she must try the thing again — the failure must have been only an accident ;* so she startled the boy out of his sleep a second and a third time, at intervals — with the same result which had marked the first test — then she dragged herself to bed, and fell sorrowfully asleep, (9) *saying, "But I cannot give him up — oh, no, I cannot, I cannot — he must be my boy !"* (Ch 10)

Either of (5) and (9), which has a reporting verb of saying but convinces us that she is apparently talking to herself, can be classed as a kind of Direct Thought (DT'). It represents her thought when she arrives at a certain conclusion or opinion after argumentation in her mind. The contrastive placing can be seen of (1), (2), (3) in NRTA and (4) in IT against (5) in Direct Thought (DT'); and again, of (6) and (7) in NRTA against (8) in Free Indirect Thought (FIT); and finally of straight narrative against (9) in Direct Thought (DT'). It can be said that the repetition of the words of negation in (5), (7), and (8) helps to bring in sharp relief the woman who is in firm defense of her opinion and in desperate opposition to the bared fact.

1. 3 One of the author's characteristic uses of thought presentation is observed in the form where the verb of saying is employed as the reporting verb, making the thought act a kind of monologue. And it should be added that in this form of Direct Thought (DT') the author often allows a character to argue freely with himself in his reasoning. The following is one of the typical examples. In the court Lord St. John manifests with great caution his dread concernig the sudden madness which has come upon the Prince.

... He [the Lord] was soon *deep in meditation*. And evidently *the longer he thought the more he was bothered*. By and by he began to pace the floor and *mutter*.

*"Tush, he 'must' be the prince !* (1) *Will any he in all the land maintain there can be two, not of one blood and birth, so marvelously twinned ?* (2) *And even were it so,* (3) *'twere yet a stranger miracle that chance should cast the one into the other's place.* (4) *Nay, 'tis folly, folly, folly !"*

Presently he said :

*"(5) Now were he impostor and called himself prince, look you 'that' would be natural ; that would be reasonable.* (6) *But lived ever an impostor yet, who, being called prince by the king, prince by the court, prince by all, 'denied' his dignity and pleaded against his exaltation ?* (7) *'No !' By the soul of St. Swithin, no ! This is the true prince, gone mad !"* (Ch 6)

In forms of Direct Thought (DT') the question of Tom's assumed identity is brought to scrutiny in the mind of the Lord. The author renders the character's thought as he works out the issue by raising a question in (1), and (5) ; examining it in (2), and (6) ; and coming up with an answer in (4), and (7). The author guides us directly inside the character's mind, invites us to see and share the character's viewpoint and his perception of the situation, and enlists our sympathy for him. Our compassion for them, it may be said, heightens a kind

of dramatic irony in the novel.

1. 4 Let us look at the portrayal of Tom's mother, in which she is deeply distressed about the unfortunate outcome brought upon the boy by his foolish reading, and about his words that he is not a son of the pauper family but Prince of Wales. After the description in narrative and speech of the racket in their abode, the author directs our attention to the mother showing concern and questioning the matter in her troubled mind in bed :

As she lay thinking and mourning, (1) *the suggestion began to creep into her mind* that there was an indefinable something about this boy that was lacking in Tom Canty, mad or sane. (2) *She could not describe it, she could not tell just what it was*, and yet her sharp mother-instinct seemed to detect it and perceive it. (3) *What if the boy were really not her son, after all ? Oh, absurd !* (4) *She almost smiled at the idea*, spite of her grief and troubles. No matter, (5) *she found that it was an idea that would not "down," but persisted in haunting her. It pursued her, it harassed her, it clung to her, and refused to be put away or ignored. At last (6) she perceived that there was not going to be any peace for her until she should devise a test that should prove, clearly and without question, whether this lad was her son or not, and so banish these wearing and worrying doubts. (7) Ah, yes, this was plainly the right way out of the difficulty ; therefore (8) she set her wits to work at once to contrive the test. . . . And while she listened, the measured breathing was broken by a soft, startled cry, such as one utters in a troubled dream. (9) This chance occurrence furnished her instantly with a plan worth all her labored tests combined. She at once set herself feverishly, but noiselessly, to work, to relight her candle, (10) muttering to herself, "Had I but seen him then, I should have known ! Since that day, when he was little, that the powder burst in his face, he hath never been startled of a sudden out of his dreams or out of his thinking, but he hath cast his hand before his eyes, even as he did that day, and not as others would do it, with the palm inward, but always with the palm turned outward — I have seen it a hundred times, and it hath never varied nor ever failed. Yes, I shall soon know, now !"* (Ch 10)

In the quotation above we see the author's divers use of modes of thought presentation. The rendering of her thoughts in Narrative Report of a Thought Act (NRTA) in (2), (4), (8), and (9), and those in Indirect Thought (IT) in (1), (5), and (6), forms a background in this passage, against which the form of Free Indirect Thought (FIT) in (3) and (7) are foregrounded. The representation of (10), which is furnished with a reporting verb of saying, 'mutter,' can be regarded as an expanded mode of Direct Thought (DT'). The recurring transition of modes of presentation of her thoughts in this quotation is from the description of the greater authorial intervention as narrator to that of the less or minimal interpretative control of the narrator, and also to the more direct immediacy into the mind of a character, as can be seen in the shift from (1) (2) to (3), from (4) (5) (6) to (7) ; and from (8) (9) to (10) (from NRTA or IT to FIT or DT). The freer use of interjections and exclamations in FIT or DT allows the vivid delineation of thoughts flashing through character's mind, and adds to the emotive emphasis in their thoughts.

As we have seen so far in the instances taken up, the author's portrayals of characters' thoughts in various modes of thought presentation, and the change from one mode to another, enhance the narrator's command when he invites us to see how they look at the situations from their particular points of view, and intends to control our sympathies and to win our compassion for them.

## II

2. 0 The switch of their identities offers the two principal heroes varied occasions of going through unaccustomed experiences and growing up. In this chapter we will examine the author's employment of

thought presentation for the purpose of depicting the Prince, who learns and grows up in troubles, and Tom, who indulges himself in the courtly pomps. We will also look at the thoughts in the minds of the characters other than the Prince and Tom.

2. 1 In this section we will see how the author's use of thought presentation highlights the rendering of the Prince.

Let us first take up one of the numerous instances where the Prince is portrayed through the thought of someone who watches him close by. In the following quotation Hendon, his deliverer, contemplates the boy whom he has rescued and brought to his lodgings from the gates of the Guildhall.

. . . The little king dragged himself to the bed and lay down upon it, almost exhausted with hunger and fatigue. . . . He . . . sunk into a deep sleep immediately.

A smile twinkled in Hendon's eye, and *he said to himself* :

"By the mass, *the little beggar* takes to one's quarters and usurps one's bed with as *natural and easy a grace* as if he owned them — with never a by-your-leave, or so-please-it-you, or anything of the sort. *In his diseased ravings* he called himself the Prince of Wales, and *bravely doth he keep up the character*. *Poor little friendless rat*, doubtless his mind has been disordered with ill usage. Well, I will be his friend ; I have saved him, and *it draweth me strongly to him* ; already I love *the bold-tongued little rascal*. *How soldier-like he faced* the smutty rabble and flung back his high defiance ! *And what a comely, sweet and gentle face* he hath, now that sleep hath conjured away *its troubles and its griefs*. I will cure his malady ; yea, I will be his elder brother, and care for him and watch over him ; and whoso would shame him or do him hurt, may order his shroud, for though I be burnt for it he shall need it !" (Ch 12)

Hendon's thought, a representation in a form of Direct Thought (DT') with the verb of saying employed in the reporting clause replacing the thought act verb, shows us the picture of the boy seen from Hendon's eye. And Hendon tells of the strange matching of the two contrastive traits or impressions he finds in the boy clothed in rags. His words which he uses in referring to his stronger impressions, such as 'natural and easy a grace,' 'bravely doth he keep up the character,' 'it draweth me strongly to him,' and 'how soldier-like,' and 'what a comely, sweet and gentle face' appeal to us and contribute to the portrayal of the Prince.

Next we will consider an instance of thought presentation through the mind of the Prince himself. The Prince in this passage finds relief in the company of a peasant family. The housewife sets him to some odds and ends of employment. The Prince, who, at the outset, thinks that 'Alfred the Great watched the cakes ; doubtless he would have washed the dishes,' comes to a certain conclusion, which is in Indirect Thought (IT) :

Afterward she kept him carding wool until *he began to think he had laid the good King Alfred about far enough in the shade for the present, in the matter of showy menial heroisms that would read picturesquely in storybooks and histories*, and so *he was half minded to resign*. . . . (Ch 19)

His allusion to an English king in history serves as an introduction of another king in the making.

We will look at a few instances of the use of thought presentation in highlighting the young monarch when he learns and grows up through hard abuse among people in his realm. At Christ Church the Prince in rags is derided by boys sheltered there, who buffet him and set their dogs upon him, — a thing 'England had never seen before.' The Prince, driven away and dragging himself to Offal Court, is portrayed in a form of Direct Thought (DT'), thus :

And now and then his mind reverted to his treatment by those rude Christ's Hospital boys, and he

said, "When I am king, they shall not have bread and shelter only, but also teachings out of books ; for a full belly is little worth where the mind is starved, and the heart. I will keep this diligently in my remembrance, that this day's lesson be not lost upon me, and my people suffer thereby ; for learning softeneth the heart and breedeth gentleness and charity." (Ch 4)

The thought of the Prince tells us one of the lessons earned in affliction. The thought presentation in the above quotation is the kind which recurs elsewhere at intervals in his life among his subjects.

The following quotation, another instance of thought presentation of the Prince himself, portrays the mind of the Prince in one of the hardships he undergoes in his realm. The young King receives 'a whirlwind of laughter and mocking exclamations,' an insulting 'title,' and 'mocking supplications' from a company of vagabond tramps, and his thought is represented in Direct Thought (DT) :

Tears of shame and indignation stood in the little monarch's eyes ; and *the thought in his heart was, "Had I offered them a deep wrong they could not be more cruel — yet have I proffered naught but to do them a kindness — and it is thus they use me for it !"* (Ch 17)

The three extracts above, when seen, according to the development of the novel, in the order from the one in Chapter 4 to the ones in Chapter 17, and then in Chapter 19, show the process of the growth of the Prince.

2. 2 Finally we will attend to some of the passages where the author employs thought presentation for the purpose of foregrounding Tom gloating over his complacency in the court. Sharply contrasted with the rendering of the Prince in a series of severities is the representation of Tom among the courtiers with humor or irony. The following is one of the instances in Direct Thought (DT), where Tom finds his early dread giving way gradually when he learns to address to the princesses tactfully :

. . . he smiled inwardly at *the thought*, " 'tis not for naught I have dwelt but among princes in my reading, and taught my tongue some slight trick of their broidered and gracious speech withal !" (Ch 6)

Tom's use of the word 'trick' serves to debase 'their broidered and gracious speech,' and the connotation produced in this phrase heightens the author's satire implied at the language of the courtiers.

Another example is shown in which Tom, presiding over the council ventures upon the exploitation of his kingship, which is in Free Indirect Thought (FIT) :

While he sat reflecting a moment over the ease with which he was doing strange and glittering miracles, *a happy thought shot into his mind : why not make his mother Duchess of Offal Court and give her an estate ?* (Ch 14)

The unusual collocation of the words 'Duchess' and 'Offal Court' in Tom's casual remark strikes a note of humorous irony at the deceptiveness of the title of the peerage, and it adds to the ludicrous portrayal of Tom, which stands out in sharp contrast to the sober portrayal of the Prince elsewhere.

The author's satire is apparent in the thought of Tom (in DT) in the following passage, where Tom, who, wandering to a window, catches sight of a shouting mob beyond the palace gates, is prompted 'with all a boy's curiosity in such happenings,' and exclaims his wish to know what it is about, which is immediately obeyed :

"Thou art the king !" solemnly responded the earl, with a reverence. "Have I your grace's leave to

act?"

"Oh, blithely, yes! Oh, gladly, yes!" exclaimed Tom, excitedly, *adding to himself* with a lively sense of satisfaction, "*In truth, being a king is not all dreariness — it hath its compensations and conveniences.*" (Ch 15)

The dignity of kingship is mocked by the association of the meanness implied in 'its compensations and conveniences.'

Tom's triumphant gladness comes to its climax in the pageant on the recognition procession to Westminster, when :

Tom Canty gazed abroad over the surging sea of eager faces, and (1) *his heart swelled with exultation* ; and (2) *he felt that the one thing worth living for in this world was to be a king, and a nation's idol*. Presently he caught sight, at a distance, of a couple of his ragged Offal Court comrades . . . and (3) *his pride swelled higher than ever*. (4) *Oh, if they could only recognize him now ! What unspeakable glory it would be, if they could recognize him, and realize that the derided mock king of the slums and back alleys was become a real king, with illustrious dukes and princes for his humble menial, and the English world at his feet !* (Ch 31)

In this quotation the shift of modes from NRTA in (1), IT in (2), and NRTA in (3), to FIT in (4), is paralleled with the flow of Tom's thoughts and the swell of his vanity. Tom is inflated with the utmost conceit when he is swept, away from the point of taking advantages of the kingship thinking 'it is like what I used to feel' when he has read about kings, to the stage of the vain notion that 'the one thing worth living in this world was to be a king,' and finally to the extremity at which he identifies himself with 'a real king.'

The delineation in various modes or forms of Direct Thought (DT and DT') and in Free Indirect Thought (FIT) foregrounds Tom in his carefree indulgence in the splendors of the court.

### Final Remarks

We have examined Mark Twain's *The Prince and the Pauper* from the point of the presentation of thought. The author's employment of various modes of thought presentation adds to the vivid illustration of what is in the characters' minds and how they look at their situations from their own points of view, and it also serves to heighten the tone of dramatic irony in this novel (Chapter I). Our author, again, uses thought presentation for the characterization of the heroes in their life after the switch of the identities — the Prince finds himself tried in a series of challenges and afflictions, and learns and grows up in them, while Tom shows his fondness for and his easy subjection to his new life of the courtly splendors. His honest strife for aptitude is ludicrously portrayed and his thoughts highlight certain absurdities in the court, striking the note of humorous irony (Chapter II). Thought presentation we have dealt with in this novel gives the reader a 'verbatim' report of the thought in the mind of a character, showing a subtle shade of meaning respectively, and has much to contribute to the success of the novel. Our next task is to examine the author's use of thought presentation more in detail and to pursue our studies more extensively in the present text as well as in his other works.

### Notes

1. Mark Twain, *The Prince and the Pauper* (New York : Bantam Books, 1982)
2. The categorization of modes of thought presentation in this study is based on G. N. Leech and M. H. Short, *Style in Fiction* (London : Longman, 1981), pp.336-50. The authors give the following examples in

the explication of the categories of thought presentation.

- |  |  |
|--|--|
| [ 1 ] Does she still love me ?               | (Free Direct Thought : FDT)                |
| [ 2 ] He wondered, 'Does she still love me?' | (Direc Thought : DT)                       |
| [ 3 ] Did she still love him ?               | (Free Indirect Thought : FIT)              |
| [ 4 ] He wondered if she still loved him.    | (Indirect Thought : IT)                    |
| [ 5 ] He wondered about her love for him.    | (Narrative Report of a Thought Act : NRTA) |

Both DT and FDT give the 'verbatim' report of what the character thinks. In DT, the reported clause is subordinated to the verb of saying in the introductory reporting clause. Both modes represent the character's thoughts as it would have been if he had made his thoughts explicit, inviting the reader directly into the mind of the character and to his point of view. FIT, which is a mixed form between DT and IT, is characterized by 1) the back-shift of the tense, 2) the conversion of the first pronoun in DT to the third person, 3) the absence of a reporting clause, and 4) the retention of the interrogative form and question mark. FIT is the mode which gets the best of the two modes of Direct Thought and Indirect Thought by keeping less artificiality of DT, and more vividness and less authorial intervention than found in IT. NRTA, allowing the greatest intervention of the author, reports the thought in the mind of the character as seen from the author's viewpoint, and serves to distance the character from the reader.

3. The italics in all the quotations are added except those in single quotation marks, which show they are the author's.

## 性格は宿命なり：『カスターブリッジの町長』

—— 近代我の源を求めて(11) ——

松尾保男

〈昭和63年9月21日受理〉

### In Search of the Origin of Modern Self (11)

Thomas Hardy had a strong influence on modern English literature. One of its traits seems to have been the birth of modern self. There will be some discussion as to how it came into being.

Yasuo Matsuo

ロンドンの郊外生活に見切りをつけたハーディ夫妻はウェセックス東部のウインボーンに住んでいた。千八百八十二年二月には、青年時代に敬服していたチャールズ・ダーウィンのウエストミンスター寺院での葬儀に参列し、『塔上の二人』の連載が終りに近づいた頃の十月には、彼等はパリへ小旅行に出かけている。セヌ河畔に小さなアパルトマンを借り数週間滞在していた。町を徘徊したりヴェルサイユを訪れたり、ルーヴルやルクサンブルを見学している。「パリのブルジョワ風に所帯を営み、食料雑貨類を買い、レストランで食事をしたり、天候不順のため結構風邪を引いたりした」と『トマス・ハーディ伝』<sup>1)</sup>は伝えている。翌年五・六月のロンドン社交期には美術館訪問や観劇などで過したり、旧交を暖めたりしてすごした。

同年六月には故郷のドーセットシャーに転居。エマ夫人とハーディの母との不和もあって、ハーディにとっては、故郷は遠くにあってしのばれることが多かったが、今度の転居は宿願の生家近くでの住居であった。上記『トマス・ハーディ伝』によれば、「この六月にハーディ夫妻はウインボーンからドーチェスターに引越した。この町やその近辺は、彼等は予見しなかったことだが、彼等の余生のための田舎の住居になることになった。……州都への、後にはそのすぐ近くへのこの転居は、彼等がよく後悔した方策であったが、爽やかな空気は彼等に健康と新たな活力をもたらし、結局は軽率なことではなかったのである」<sup>2)</sup>

州都ドーチェスターの住居は、彼等の本拠地となるマックス・ゲイトの竣工までは、町の中心部にあたるシャリア・ホール・プレイスでの仮住居であった。

ウインボーン時代の創作活動の一端を示す彼の覚え

書きによれば、

作家の問題は、一方では興味を与え、他方アリティも与えるため、異常性と通常性との間にいかにして均衡を打立てるかということである。

この問題を解くには、人間性は決してアブノーマルであってはならない。懐疑感をいだかせるからである。異常性は出来事の中になくはならず、人物の中ではない。作家の技巧はそういう異常性を、それが非迫真的であればその非迫真性を隠蔽しながら形成してゆくことにある。<sup>3)</sup>

この覚え書きは、結局は未発表で終わってしまった「フィクションに関する覚え書き」で、「フィクションの真の目的は、精神的であれ肉体的であれ、人間の経験における異常性愛好心を満足させることにより、楽しみを与えることである」<sup>4)</sup>というテーマの下で展開されている。これは『塔上の二人』執筆前のノートであるが、この小説を超え、次の『カスターブリッジの町長』を念頭において読めば、彼の創作の方向が何を指向していたか感取できる論題である。「異常性は出来事の中になくはならず、人物の中ではない」というのは、『カスターブリッジの町長』を書くに当たっての自戒の弁であったはずである

翌年(1881)六月には『塔上の二人』執筆の最中であつたが、更にこのような覚え書きを発見できる。

「カーペットを見るとき、一つの色をたどれば一つの形、他の色をたどれば別の形が現れるように、人生においても、見者は、自分の個人的特質が自分を動かして観察させるそのような形を事物一般の中に見守り、

それのみを描写すべきである。それがまさしく『自然』に達することである。それでも結果は単なる写真ではなく、純粹に作家自身の精神の産物である」<sup>9)</sup>つまり「自然」に帰れというのであるが、作家ハーディには「自然」は精神的な要素だけでなく地理的な要素と両面を合わせ持っていた。二ヶ月後にはこのテーマは更に追究され「八月——拡大なテーマ：極くありふれた生命を通して鼓動する強烈な関心、それに策略」<sup>10)</sup>と深められている。

処女作『窮余の策』から『塔上の二人』に至る、長編小説だけでも九編に及ぶ創作経験と、読者の反応ぶりを振り返り、ハーディは、小説家としての彼の本領を発揮できる彼の最善の領域は、他でもなく、自分の故郷とその周辺から題材を取った作品群『緑樹の陰』や『狂乱の群れをはなれて』を経て『帰郷』に至る農村社会を背景にした「極くありふれた」人物達を躍動させることだと確信していた。とりわけ彼の初期代表作と定評のある『狂乱の群れをはなれて』がウェセックスの名称を初めて採用した小説でもあり、それを凌駕する作品を発表することは、最近の二編『微温の人』及び『塔上の二人』で受けた不評の、いわゆる突破口としようという意欲の現れであった。「自分の個人的特質が自分を動かして観察させるそのような形」、帰って行くべき「自然」は、彼の生家がその一角をなすエグドン・ヒースやドーチェスターを中心とする田園地方以外にあり得なかった。あの『狂乱の群れをはなれて』を書いたのも、ロンドン滞在中体調を崩し、実家に帰省してのことであった。「それはここ〔彼の生家〕で書き上げることに決心致しました。出来事が起ることになっている地方は歩いて行けるところだからであります。執筆の際描かれる人達のなかに実際居あわせるのは大きな利点であります」<sup>11)</sup>

ハーディがやっと旅装を解いたドーチェスターの都心部の新居は「新博物館からは歩いて三分」のところの位置していた。立派な読書室があり、文学関係はもとより、歴史、博物学、地学、考古学等の蔵書が豊富にあり、主要新聞雑誌の最新号もきちんと取り寄せられていた。<sup>12)</sup>彼の創作活動の貴重な源とするための食欲なまでの資料収集がこの博物館で行われている。特にこれから取り組もうとしている『カスターブリッジの町長』に関しては「千八百二十六年一月に始まるこの期間の地方紙ドーセットクロニクルのとじ込みを体系的に読み進んでいる」この小説で取り上げられている史実に基づく三つの出来事のうち、三番目に当たる皇太子アルパートの立ち寄り（1849）までの十九世紀の第二四半期に至るドーチェスターの歴史の実像を炙り出しにするための資料収集であった。その資料の中

には「サマセット州での夫が妻を売り払った」事件の記事も含まれていた。<sup>13)</sup>

ドーチェスターに帰ったハーディは、一かどの知名の士として迎えられ、いくつかの役職についている。先ず、ドーチェスター町治安判事に任命され、専門書も購入して研究している。『カスターブリッジの町長』のいわゆる法廷の場の描写に役立ったのはいうまでもない。ウインボーン時代以来ドーセット考古学クラブの会員であった関係で、ドーセット州博物館によくでかけ、やがてそこの評議員にも選ばれている。

『カスターブリッジの町長』は、一説によれば、千八百三十一年から五十六年までの二十五年間の物語である。<sup>14)</sup>ハーディは四十八年に下ボックハンプトンの学校に入学し、翌年には生家から歩いて片道一時間ほどのドーチェスターの学校に転校している。六十二年にロンドンに出るまで、彼の少年時代の眼と耳でとらえていた州都の農業と商業の生きた姿が、四十二歳の作家の眼を通して「カスターブリッジの町長」へと作品化されている。

『帰郷』に始まり、『ラッパ隊長』『微温の人』更に『塔上の二人』と、それぞれ主題を支えるエグドン・ヒース、歴史、建築、天文といったテーマを備えた小説が書かれて来たのが、これまでのハーディの小説群のなかで著しい特色をなしていた。ところが、今度の『カスターブリッジの町長』では、この顕著な特徴が突然消え去り、新たな局面を迎えている。しかし、それは消え去ったと言うより、むしろ二者が完全に融合されていると言うべきであろう。と言うのは、『カスターブリッジの町長』は、正確に言えば、『カスターブリッジの町長の生と死』という題になっていて、「性格を持ったある男の物語」という副題が付けられており、上記四編の小説は、それぞれ歴然とした背景が主題と緊密に結び付いていたのに、『カスターブリッジの町長』では、副題に示されている「性格」は、従来のように、そこにあるのではなく、小説の主人公ヘンチャード自身の人となりそのものを形成しているからである。一個の人間の「生と死」とは、換言すれば、一個の人間の宿命を、有限の時間の枠の中にはめこんでみただけのことである。人生には運、不運もあるのだろうか、問い詰めてみれば、結局は身についた性格がしからしめたものだということになり、とりわけその性格が顕著であれば、究極のところ「性格は宿命なり」<sup>15)</sup>というノヴァーリスの言葉に照らしてハーディは主人公を描写している。彼の「性格」を徹底的に掘り下げることによって彼の「生と死」を浮き彫りにすることに成功したといえる。つまり『カスターブリッジの町長』は、主人公ヘンチャードの性格を彼の生そのものの姿とし

ととらえ、人間とは何かという人類究極の問題に答えようとしたとあってよからう。というのも、この小説がグラフィック新聞とハーパーズ・ウィークリー誌に連載第一回目が出た日のハーディの感想は「それは私が意図していたほどよくはないのだろう。だが結局、大事なものは、出来事がありそうにないことではなく、性格がありそうにないことだから……」<sup>12)</sup>と、彼の性格描写が作者の関心の的であったのである。同様に、彼が千八百九十五年にこの小説に付けた「序文」の中でハーディ自身述懐していることから明らかである。すなわち「この物語は、多分私のウェセックス生活『展示』に含まれる他の如何なるものよりももっと綿密な一人の男の行動と性格の研究である」(p. vi) とある。

作品の執筆時期は、千八百八十四年秋頃に「彼は断続的に『カスターブリッジの町長』を書いていた」<sup>13)</sup>弟とチャネル諸島の周遊をしたり、ドーチェスターの近郊の新居の建築等で、多忙であったとみえる。翌年四月に脱稿。八十六年一月から五月まで、英国ではグラフィック新聞、米国ではハーパーズ・ウィークリー誌に連載、同じ五月にスミス・エルダ社から、かなり手を加え、二冊本の初版が出ている。連載終了時のハーディの感想では「連載された新聞のために図り、多分彼のどの小説よりも、芸術的な統一体としては無茶なほど損なってしまった。ほとんど毎週の連載分に挿話の一つは入れる狙いから、彼の見るところでは、出来事を幾分勝手すぎるほど加えていったからである……尤も、後で彼が認めたことだが、物語は複雑であるにもかかわらず、首尾一貫していて、有機的である」<sup>14)</sup>

『カスターブリッジの町長』を読む時、あるいはそれについて思いをめぐらすとき、全四十五章のうち冒頭の二章が必ず意識の片隅に姿を現している。主人公が、最後までそれに取り憑かれ、たえず彼の言動に仄めかされているから、当然といえないこともない。しかし、もっと直接的に深いところで意識されているようである。ヘンチャードだけでなく、読者自身にも共通の心の琴線に何か触れることがあるからであろうか。

芝居の最初の幕は序幕と呼ばれている。いま『カスターブリッジの町長』を劇とみなせば——事実この小説には劇の要素が濃厚であるが——最初の二章が序幕である。更にこの序幕は、内容から言えば二部構成になっていて、第一章で主人公が、例えばカミュの『異邦人』のように、自分の生涯の運命を決定的にするような致命的の不祥事をひき起こし、第二章では、自分の犯した事の重大さに驚き、贖罪を願って事態の收拾に当たり始める。

先に「フィクションの真の目的は……人間の経験における異常性愛好心を満足させることにより、楽しみ

を与えることである」というハーディの作家としての姿勢を見てきたが、この理念は、更に小説作法にまで展開されている。「物語というのは、それを書かずにはおれない、めったにないことでなくてはならない。われわれ物語作者はみな『老水夫』である。それで、もしすべての平均的な男女の通常経験以上の、何か語るべき異常なものを持ち合わせなければ、われわれの誰にも『婚礼の祝宴招待客』(換言すれば、先を急ぐ読者)を引き留める十分な根拠はない。／フィクションやドラマの秘訣は、すべて——構成部では——異常な事柄を永久普遍の事柄に即応させることにある。自分の述べる出来事が、どれほどまでめったにないことで、どれほどめったになくもないようにあるべきか、正しく理解している作家は、その加減を心得ている」<sup>15)</sup>一言でいえば、創作の「秘訣」はグロテスクなものをリアリティに即応させ、普通的なものにするということである。この「婚礼の祝宴招待客」の一人アウヴィン・ハウは「老水夫」に引き留められ、彼の話に魅了された批評家であるが、『カスターブリッジの町長』の冒頭に関する彼の評価では、「全ヨーロッパのフィクションの歴史には、もっと異彩を放つ書き出しはわずかしかない」<sup>16)</sup>

十九世紀のまだ三分の一も経たないある晩夏の夕方、若い男女が、女は子供を抱き、アッパーウェセックスのウェイドン＝プライアーズの村に、とぼとほ歩きながら近づいていた。男は立派な体格で、浅黒い、厳しい顔付きであった。コール天の短かいジャケットだけが新しく、日焼けした脚絆を付け、紐を輪にして籠をかかづ、その口から干し草刈りの刀の柄とか、草を束ねる手鋸とかがのぞいていた。足さばきには彼独得の、一徹で、世をすねたむとんちゃくさがあった。二人はただ黙って歩いているのだが、とりわけ一風変わっている方の男は、読んでいるのか、それともそのふりをしているのか、パラードの印刷物を、片手で自分の目の前に広げていた。女も子供を抱いているものの、街道を独りで歩いているも同然であった。女は、直接触れこそしないが、男の脇にぴったり寄り添っていたので、男の曲げた肘が女の肩に当たろうとするときがあった。

小説の舞台へとこの花道を登って来るこの男女の人物は、特定の間人ではなく、西日を背に、野末を歩くごくありふれた三人連れの親子にすぎない。「この風景は、実際一年のこの時期では英国の殆んどどの土地でも共通しているようなものであった」それに「古くさい夕べの歌をさえざつている、かほそい一羽の小鳥の声以外には何の音もなかった」(p. 3) 太古以来、何世紀も何世紀も、その季節にはどの日没でも同じ時間に、その丘ではその「古くさい夕べの歌」がきこえ

てきたに違いない。ハーディは人間の登場する舞台まで普遍化している。

小高い所からある喧騒が届いていたが、行って見ると当日は市(1/2)の日であった。男と女は実は干し草作業の仕事を探し回っていたのだが、男は酒の看板のある方に行こうとするが、女はそれを避け、穀物粥の天幕に誘い込む。ここの店主は、『マックベス』の魔女を想わせる醜い老女で、釜の粥を混ぜながら、客達に目配せして、密売のラム酒をそっと椀に注いでいた。女の制止もきかず、ラム酒入りの椀を重ねるうち、平素鬱屈していた思いが、相客達との話につられ、男の口から噴出した。男の黒い瞳には火花が走り、語気を荒らげ、口角泡を飛ばす勢いである。女は、むずかる子供をあやしめながら、宿をとりに行こうと誘うが、通じない。読者には、ここまで来て、これまでの男の寡黙の意味が分ってくる。天幕の中の話題は「悪妻ゆえの立派な男達の零落」とか、「高まいた目的、希望に満ちた前途有為な多数の若者達の挫折」「無分別な早婚による気力の消滅」に及んでいた。男は、ついに耐えかねるように口走った。「わしは十八で結婚したんだ、馬鹿だったんだ。そのあげくがこんなざまだ」「まぐさのことでは、英国中にわしを打ち負かせる奴がいたらやってみろだ。このわしが、また自由の身になれるなら、あつという間に千ポンドだろうな。でもな、これしきのことだって、手が届かなくなるまでは、決して分らないからな」(p.7)

おりから、天幕の外から売れ残りの老馬の競売の声が流れて来た。すると天幕の中の男は、冗談まじりに「わしとしては、女房もちの男がよ、そんなのは要らなかつたら、あのジブシーの奴等が老ばれ馬をかたづけするように、何故厄介払いしたらいかんのか、分らねえんだ」(p.8)男には、女房を競売にかけ、買いたい奴がいたら、本気で今にでも売り払うようなむき出しの自我が働き始めた。女はといえば、こんな局面も前からあつたらしく、「あなたから得たのは癩癩だけだわ」と応じ、たまたま来合わせた水夫に五ギニーで売られ、「他のところであたしの運をためしてみたい」と言い残し、子供を抱いて後に従った。ハーディは、人間性を解体させるような人の心の中に巣食う、生の自我を剔抉してみせる。人間も、動物の次元というより、それ以下に還元されている。『異邦人』のムルソーは、太陽のせいだとして、無目的に人を射殺することになるが、彼の心の奥には欲求不満フラストレーションがとぐるを巻いていなかったか。もしそうなら、こちらの主人公ヘンチャードの心の中にも「多数の若者達の挫フラストレーション折」が宿り、この点に限り両者は親戚関係にあるといえそうである。

現代社会では、「妻売り」などあまりにも非常識であ

るが、天幕の中の男の衝動には、何故だか胸のつかえを吹き飛ばしてくれるところがある。(それが伝わらない読者はしあわせである)ひと思いに係累を断ち、存分の能力を発揮し、自己充実をはかろうとする蛮勇が彼をしてその拳に出さしめたのである。決して五ギニーや千ポンドが欲しかったのではないのは勿論のことである。ここで注目したいのは——どこでもそうだが——ハーディは、男に決して自分勝手な行為を許しているわけではない。それどころか、慎重な手法で人間の残忍さを冷静にとらえている。それは熱気に閉ざされた天幕の内側と外界との鮮やかな対照の中に如実に示されている。

先に、人間も動物の次元というより、それ以下に還元されていると言ったが、決して言葉の綾として言ったのではなかった。女たちが立ち去ると、男は我にかえるように立ちあがり、酒でふらつく足もとに気を付け、天幕の入口まで歩いて行くと、あたかも外はたそがれ時であった。

下等な自然界の安らぎと、人類がもつ我がままな敵愾心との間の違いがここでは歴然としていた。天幕内でいま終ったばかりの行為の過酷さは、家路につくため忍耐強く馬具を付けられながら、優しそうに首を交差させては互いにこすり合っている数頭の馬の光景と対照的であった。市(1/2)の外では、谷間も森も全く静かであった。太陽は今しがた沈んだばかりで西空には茜雲がかかり、永遠に続くようだが、ゆっくりと変っていついた。それを眺めていると、暗い観客席から何か見事な大演技を見ているようであった。今先のあの場面の後でこんな場面に接していると、人間を、そんなさえ居なければ、やさしい宇宙上の一点として、捨て去りたい自然の本能が感じられた。そして、ついには、現世の状態は断続的なもので、人類は、このようなおとなしいものたちが猛り狂っている夜、無邪気に眠っているのかも知れないと思いだされた。(p.13)

最後の四行は、この小説の結びの言葉となっている「幸福とは苦痛という普遍的な劇のほんのたまさかな挿話にすぎない」というハーディ哲学の伏線である。

妻売りの件はどこから見てもヘンチャードが非難されるべきである。しかし、ハーディはスーザンの性格描写を通して、間接的に、女性のあまりにも盲目的な処世術を暗示しているようである。娘エリザベス＝ジェインとルセッタと彼女との対照的人物配置としての配慮だとしても、である。ヘンチャードが、なれば自己弁護的に「正気で言ったのではない」と思っているのに「彼女はあの取引きになにか拘束力があると信

じているようである」(p.17)しかし、スーザンだけがそのような女ではなく、この問題について、作者の作品中での言及を根底から覆す批判は現れていないようだが、「しかし彼女は田舎の多くの記録が示しているように、自分の買手に頭から追隨する初の、あるいは最後の百姓女では決してなかった」(p.27)

さて遠くの静かな入り日を見送った男、ヘンチャードは、人気のなくなった天幕に帰ると、食卓にうち伏せ、寝入ってしまった。醜女も店仕舞をして引きあげて行く。「最後の蠟燭を消し、天幕の垂れ布を下して」(p.14)

翌朝、ジブシー達や見世物師達がまだ野宿で安眠をむさぼっているとき、一人身になったヘンチャードが垂れ布をくぐり出て第二章の幕開けとなる。先ず彼の心に浮かぶのは、人に気付かれずにここを立ち去ることであった。彼は、この物語が大詰めに向うころ、自分で町長まで務めた、住みなれた町を「わしは——このカインは——当然のことだが、追放者、放浪者として去るのだ」(p.358)と言って立ち去ることになっているが、一夜明けたこの日から、彼は、既に心中深くカインの「しるし」を、サムソンの怪力の秘密のように、後生大事に隠し続けている。そして、ついにあの法廷の場で、夜、彼にラム酒をのませた醜女から、その「しるし」を暴かれることになる。自分はカインであるという罪の意識は、ひた隠しにかくされているので、彼の生来の激情をなお一層激情的にし、一種の強迫観念にまで昇じている。ウェイドンの市の原っぱに立つと、まだ誰も目を覚しておらず、ただ一匹ほえたてる犬だけが「目撃者」であるのは「彼の願いに一致しているように思えた」(p.16)丘を降りても、またしても彼の心を苦しめるのは「おれは昨夜誰かに名前を言ってしまったのではあるまいか」(p.17)という心配であった。「彼女と幼ないエリザベス＝ジェインを何とかして見つけ出し、できるだけ恥を我慢しなければならない。自分で仕出かしたことであり、耐えねばならぬ」(p.17)と覚悟はしていたが、教会にはいるときも「見られなかった」のを意識している。週が重なり月になるまで彼等の行方を捜したときも「自分のあの行為を暴露したくないという一種の羞恥心から、ヘンチャードはこのような追跡を効果的にする大声で探すことはしなかった」。すべて手を尽しても首尾よく行かなかったのは「たぶんそのためであった」(p.19)と作者も認めている。はからずも、十八年後に彼女達と再会したときでも、ヘンチャードを「一番気遣わせている」のは、スーザンがああ出来事を娘に打明けているかどうかということである。娘が母の使いで、面会の打合わせに来たとき、彼が即座に感取したのは「妻は自分の無情

な行為に報いるに、思い遣りのある振る舞いをしてくれ、彼女が受けた虐待を娘にも世間にも言明していなかった」(p.76)ことであった。これは彼の予期以上のことであった。彼はやさしい物腰になって彼女に接し「目はうるみ、突然顔をそむけ」ざるを得なかった。彼が人前で涙を見せるのはめったにないことである。

ヘンチャードにあるカインのイメージをもう少し追求してみたい。彼は例の天幕の件を想い出すと必ず伏し目になる。「創世記」のカインの「しるし」は人から受ける危害から免れるよう神から付けてもらったのだが、弟を殺した時は「其面をふせた」<sup>そのおもて</sup>17)のだった。ヘンチャードはルセツトには彼の身の上話はしたがあの件にはふれていないが、ファーフレイには、あの天幕内の事件の核心にふれてしまい、物質的には裕福だが「心の中はそううまく行っていない」(p.92)と打明けている。彼だけはヘンチャードの「一身上の秘密」を知っているので、人夫のことで二人の間で意見の衝突が生じたとき、睨み合いになったが、雇い主である彼の方が「地面に目を落した」(p.114)裁く側にいたヘンチャードは例の老女から過去の罪業を暴露されると、裁かれる側に立たされた。一日のうちにその知らせは町中に広がり、彼の「しるし」は表沙汰になる。ハーディのカインは町を歩くとき「今や家の玄関を見るより歩道を見つめ、以前は自分の燃えている目で、ひるませていた相手の目を直視せず、彼等の足下やきゃはんを見下していた」(pp.249～50)カインは追放者として追われると「我が罰は大にして負うこと能はず」<sup>おおい</sup>18)と、刑罰の重さに耐えかね、神の寛恕を乞うたのだが、一方ヘンチャードは「わしは——このカインは——」と行って町を去った時、逆に「しかしわしの刑罰はわしの耐えられないほど大きくはない」と言い放ち、「自分の苦悩を厳しく抑え、箠を背に負い歩き続けた」(p.358)とハーディは言っている。

ヘンチャードには「呪物崇拜」の傾向がある。人目を避けながら村に降りて来ると、人から見られずに教会に入り、妻子を捜すに当たり、彼は二十一歳であったので「これから二十一年の間強い酒は一切断つと誓いを立て」(p.18)た。及び腰で捜索は続けたが、ある港町でそれらしい三人連が外国行の船に乗ったと聞き、これで妻子探しは沙汰止となる。

第三章以下では舞台はもっぱらカスターブリッジの町に移る。スーザンは娘と一緒にウェイドン＝プライアーズの老女を訪れ、妻売りの男らしい人がカスターブリッジに居ると聞き、十八年振りに会うことにした。娘の将来のみならず自分の身分について疑いを抱いたのである。道中、彼は貧民収容施設にいるか晒台にでも付けられていると思っていたのに、来て驚いたこと

に、彼はカスターブリッジの町長であった。

十八年後にヘンチャードに何が起きていたのか見てみる前に、ハーディがこの小説で用いた技法を取り上げたい。先ず第一に、カスターブリッジの出来事は殆んど全て、エリザベス＝ジェインの目と耳でとらえられ、彼女を通してつぶさに読者に伝えられる。したがって、われわれには間接的情景描写でも、実況的手法が用いられ、一種独特な臨場感を伴った迫真性を醸し出している。従来作品では、ハーディの覗き見趣味的な場面が散見され——この小説でも、例えば、自分の養女とファーフレイとの忍逢いをヘンチャードが盗み聞きするとか——通俗的な技巧が空虚感の原因になっていたのが多かった。この小説ではそれが改められ、効果的な手法として頻繁に用いられている。この小説を秀作の評価にまで高めたのは、主人公の性格描写と相まって、この臨場的手法があるのを見逃してはならない。今一つ指摘しておかなければならないのは、結局、作品の出来栄は、素材は同じでも、手法次第で決まるということとも関連してくるのだが、実子認定問題である。前作『塔上の二人』では、スウィジンの子を宿していると知ったヴィヴィエットは、彼にそれを認知させようと努めたが、既に天文観察のため出国し、手の届かない所に居るのが分ると、体面を保つため、しつこく彼女に求婚中であった主教と結婚してしまう。この欺瞞は作品の信憑性を著しく損ない、出来栄の点では致命的な瑕疵であった。『カスターブリッジの町長』では、エリザベス＝ジェインをめぐる親子関係には二重の欺瞞行為が行われている。しかし作品にとって致命的どころか、その主要部はこの二重の虚偽でかえって緊迫感をもたらしている。この人的緊迫感は、主人公の社会的経済的浮沈からくる緊張感とまじり合い、作品全体を盛り上げるのに役立っている。

しかし、この小説作法という概括的範疇ではヘンチャードの性格描写は説明できない。この小説では、物語の構想としての話の筋プロットが主人公の性格描写を支配するほど十二分に練られている。ハーディの他の小説には見られない特色で、十九世紀の小説技法としては限界に達していると言えそうである。『カスターブリッジの町長』を評価しない読者には、出来事や主要人物の描写より優位を占め、偶然の一致とか、ありそうにない出来事が物語を展開させるこのプロットの扱われ方が鼻につくからであろうが、この小説が、ハーディの「全小説群のなかで最もよく筋が練られ、一番ドラマチックである」<sup>19)</sup>というのが一般の見方である。

カスターブリッジでの十八年後の幕開きは、ヘンチャードにとって大転機で始まっている。それは同時

に、社会一般にとっても一大転機の時であった。この町に来て彼は「裸一貫から身を起こし」今は「町の大黒柱」で「町会きつての実力者であり、周辺の田舎でも主要人物」である。「穀物類や根菜類に干し草等の大きな取り引きで、彼が手出ししていないものは何もない」(p.39)町のお偉方の晩餐会を見物しながら、高座にしている町長ヘンチャードを指差してやじ馬の一人がエリザベス＝ジェインに説明してやる。彼は続けて、「ああ、それなのにまだ他のことにも手を付けようとなさるのさ。それがあの人の失敗のもとさ」(pp.39～40)という。これまでの彼の小説でもそうであったように、ハーディは作品の初めの頃に登場させる田舎者の端役たちに、主人公についてそれとなく予言的発言をさせている。ここでは「それがあの人の失敗のもとさ」というのがそれである。町ではヘンチャードに対して非難の声があがっていた。彼が取り扱った麦が悪くなっていてパンには不向きだったのである。彼も知らずに買っていたのだし弁償する気にもならず苦慮していた。

人類が耕作を始めて以来農民はたえず悪天候の脅威にさらされ、いたんだ作物を普通の収穫物のように直すことができないかというのも人類の永い間の悲願であった。ヘンチャードは、物言いの付いている穀物は技術的に食用に供されうるものにするには「できるはずがない」(p.41)時代の人である。彼が、町民達にあきらめろと言っているとき、小麦復元に卓効のある発明品を持って科学が登場してくる。ヘンチャードが小麦問題で頭をかかえているとき、家庭的には、スーザンが、彼の娘が死んだのち、ニューソンとの間の娘に同じ名を付け、元の娘を装って帰って来た。同時に、社会的には、ファーフレイが新時代の機械文明の知識をたずさえて来た。「まだ他のことにも手を出そう」とするのは、旧時代の代表的存在である彼が、新しい機械文明に荷担しようとするのである。転機とは、このように二者が相前後して現れ、ヘンチャードは内憂外患の苦境に立たされることである。

ハーディのヒーロー達のなかで、深刻な情熱的恋愛関係に落ちないのは『カスターブリッジの町長』の主人公だけである。彼は旅先での病気を看護してくれたルセットと、かりそめの深みにはいったときがあると伝えられているだけである。彼のいわゆる女性関係はいたって淡白で、その分だけ余計彼の蛮カラな雄々しさが浮かび上がってくるし、彼の横柄で圧政的な性格が板についている。「生まれつき、少し女嫌いなところがあるので、わしは女にはたいい距離を置いて少しも苦にならなかったのだ」(p.89)スーザンと娘を迎え入れるときも「愛欲の炎やロマンスの鼓動」がある

ように表面では思われても、一家団樂の楽しみを実現させようとしたわけではなく、贖罪の意識の方が支配的である。そのためには、ないがしろにしてきたスーザンに償いをし、娘に父の目の届くところで気持のよい家庭を用意してやり、「これらの贖罪行為の結果なめさせられる茨の苦痛でわれとわが身を懲らしめること」(p.95)であった。

しかし、町一番の穀物問屋で町長でもあるヘンチャードと、連れ子のある見すばらしいスーザンとのこの身分違いの結婚から生じる彼の社会的苦痛は、娘は彼の娘ではないのが、彼女に真の父親は自分だと信じこませた直後に分り、彼女にこのからくりが露頭したとき彼がなめさせられる苦痛と比べたら、物の数ではない。それでも彼は耐えに耐え、自らカインと名乗り、それでも耐えられない苦痛ではないといって放浪の旅に出ている。ウェセックスの歴史から中世的雰囲気気をつけて歩き出て来たこの町長経験者には、われわれの罰と穢れの贖い方と深いところで一脈相通じるものがある。贖罪行為のため「苦痛でわれとわが身を懲らしめる」のは、二十一年間酒を断つという神かけての誓を含め、自分の肉体的苦痛を通して、被害者のみならず、自分の良心に対しても、罰と穢れを贖うという原始的な、それだけ真摯な悲願が込められている。

スーザンには先だたれ、ファーレイとは不仲となり、今またエリザベス＝ジェインからは、自分を亡き者にして実父を迫らしたかどで、絶交状態にされると、彼女だけは、自分の行為が悪意からしたのではなかったのを、話せば認めてくれると信じ、人間社会での最後の「ピン先ほどの光明」を獲得しようとしたが、無駄であった。彼は人に最初で最後の「愛情」を求めたがいたずらに終わっている。

彼はカスターブリッジを離れる時は、元の干し草刈の野良着姿に帰っている。「顔をうつむけた」彼は、自然にウェイドン＝パイアーズに向かっている。「贖罪行為としての訪れ」である。浮かんでくるのはただ過ぎ去った家庭のことである。ハーディは彼の主人公ヘンチャードに自分の「生涯」を次のように要約させている。「彼は、野心にあふれた人生を回想しながら、彼が情緒の面で犠牲にしたものは、物質の面で得たものと同じだけの値うちがあるものだったと気付いた人の辛さばかりでなく、自説の撤回そのものが無効になるのを見とどけた上積み辛さまで体験した。これは彼はとっくに遺憾としていた。しかし、野心を愛と取り換えようとした彼の企ては、彼の野心そのものと同じく完全にくつがえされてしまった。彼の虐げられた妻が、ほとんど美德に近いあつけらかんの欺瞞でその企てをくじいてしまったのだ。社会のおきてをこうして不当

に変更した行為からあの自然の『花』エリザベスが生まれたのは奇妙な結果であった」(pp.364～5)

既に見てきた通り、小説の時代的背景は、十九世紀の半ばまでの約四半世紀であるとされているが、ヘンチャードがカスターブリッジの町長であった時代は、現代のような日進月歩の時代ではなかった。町も、土を少し掘れば、ローマ時代の遺跡が出土する古い町である。エリザベス＝ジェインの第一印象も「何と古風なところ」と映り、「町が存在して行くために依存している農業の牧歌的特徴は、店の陳列窓に展示してある商品の種類で示されていた」(pp.31～2)金物屋には各種の鎌類に鋤や鍬、酪農道具に馬具の類があり、隣の店は桶屋という具合に、石器時代、青銅時代を経て鉄器時代にはいり、産業とは、すべて手仕事で営まれていた、考古学の対象になるような代物ばかりである。町長ヘンチャードも、干し草刈りから腕一本でたたき上げてきた人物である。ハーディは、彼の一挙一動にも石器時代以来、連綿と続くウェセックス文化を背負わせて登場させている。彼がたとえ迷信的であっても却って真実味がある。

彼は大時代の主人公にふさわしく、他の人物たちとは違った容貌で、独特の土俗的異彩を放っている。等身大よりも一回り大きく描かれ、大柄な堂々とした体軀で、大きめの顔だち、威圧的な声の持ち主で、いくらか粗野である。陰で動き回るときでも、腹を割って話せば分る式の、直情径行の人である。「精力という彼の唯一の資質」(p.252)が全ての行為の原動力となっている。町長といっても常勤ではなかったらしく、親方肌で、公私の区別をするわけでもなく、専ら自分の経験と勘をたよりにしている。仕事では人後に落ちないという絶対の自尊心があり、その誇りに裏打ちされた飽くことを知らぬ自己主張が彼の性格である。彼の自我は、挫折しても、泥にまみれた誇りをもとに、自己主張を続けてやまない。腹立ちまぎれに痲癩を起こすときも、せめて結婚祝いにと籠に入れた小鳥を届けに行き、嘘つきと言って追い返されるときも、ぎりぎりのところでは、互いに相手を認め合おうという人間としての誇りは失っていない。カスターブリッジを去った時もそうである。「彼をエリザベスやファーレイ達から追い払ったのは、決して彼等ではなく、彼の存在が、最早望まれてはいないという彼自身の傲慢な意識であった」(p.367)しかし、彼にしてみれば、内から衝いてくる衝動に従っているだけである。激しい竹を割ったような性格であるため、猪突盲進することが多く、それでも、誤ちを犯したとわかれば後恨するのもしなかった。「激しい陰気な人で、自分を更によい方に導いてくれる光を持たず、一般の人々の生き方は遠

ざけていた」(p.131)する事なす事矛盾だらけのように見えても、彼自身はそうするより他なく、彼はどこまでも彼自身で、野性の人である。

カスターブリッジの町長の生涯と死は、彼の「激しい陰気な」性格故に悲劇的である。しかし、彼の衰退と崩壊は、彼が背負って立っている。しかも、彼の悲劇は、カスターブリッジを中心とするウェセックスの太古の時代からの、田園的牧歌的農業の伝統自体の衰退、崩壊と重なり合っている。彼の性格が彼の宿命であるように、ウェセックスの農村社会の性格もその宿命となっている。

「ああ、それなのに、また他のことにも手を付けようとなさるのさ。それがあの人の失敗のもとさ」というのは、彼が「一番良く知っているのは干し草」なのに、間口を広げすぎ、「今では干し草よりも穀物の取引の方が多かった」(p.54)のに起因する。パンに不適な麦を扱って物議をかもし、その結果、新聞に穀物の専門家の求人広告を出し、人違いで現れたのがスコットランド人ファーfreyである。彼は「物言いのついた小麦を立派な二級品に復元」できる「有益な発明品」(pp.52～3)を考案した、新しい時代の、新しい農業経営法を修めた技術者である。ヘンチャードには、傷んだ小麦の在庫が山ほどあり、彼に飛びつかない筈がない。伝統的農業の象徴的存在が、新しい科学の時代の機械文明に尻尾を振ったことになる。ヘンチャードは彼を穀物部門の担当者にしたが、この担当者は当世風の職業人のつもりでいるのに、雇い主は、仕事もそこそこに、さあ朝食をたっぷり、酒もどうぞと、善意の押し付けだろうと、一向構わない。「孤独な生活から」仕事の上の「相談に役立つばかりか、格好の相棒」(p.103)と思っているが、一方ファーfreyは職業意識に徹した人で「自分達が一緒に居るのは、自分の補助者としての監視の目の価値が、本来主役の目が届かないところで活用されるべきなのに、無駄になってしまう」(p.104)と忠告している。

そもそも、ヘンチャードの仕事のやり方は、何をするにも「記憶」がたよりで、契約は口頭で済まし、麦袋は庭の柵のように並べ、チョークで印を付けて算え、藁囲いは両手を広げて尋ではかり、藁束はかかえて重を推測し、干し草は口でかんで良し悪しをきめ、値段は悪態をついてきめていた。(p.122)穀物問屋は築きあげたが、その経営に必要な「判断力と知識」は持たず、「学問が不得手で、数学に弱い——目の子算」(p.55)方式の問屋である。使用人アベル——のろまだが、ヘンチャードには善良、忠実で、小説の終りの方では、聖書にちなんで言えば、彼を兄カインとしてではなく、神格化している——の件でファーfreyと意見が激

しく対立し、にらみ合いとなったが、ヘンチャードが伏し目になったのはこのときである。この出来事が二人の間の「友情の基盤を覆す種」(pp.110～11)となっている。農民達はこのときから相談相手はヘンチャードではなく、ファーfreyの知識に頼り始める。天候不順に目を付けた麦の投機買いでは、ファーfreyは、冷静に判断して儲けたのに、彼は占いのところに走り、それが裏目に出て破産してしまう。これで「二年間の町長の地位も終り」(p.154)町会議員の席も外ざされてしまう。次の町長が病没するとファーfreyの町長の時代となる。

ヘンチャードの自我は、人を味方か敵のどちらかに分け、敵の側につくものは家人でも敵視している。しかし、彼の執拗な自己主張にとらわれすぎると、彼の明白な事実に対する謙虚さを見失いがちである。その点では、自分に不利な場合でも毅然とした態度を示す。老婆から天幕小屋の件を暴露されると、裁く身が、裁かれる立場にある事実を深く認め、「わしはこの女よりすぐれた人間ではない」と言い放ち、「意趣返しにその女を虐待したい衝動からまぬがれるため、この女はお前達にまかせる」(p.230)と言葉少なに告げ、退席する。引け際が見事である。その日その時を境に「彼は繁栄と名誉の頂を越え、向う側にまっしぐらに下降し始めた」。社会的にも家業の点でも「彼の転落の速度は時々刻々加速されていった」(p.249)

彼が放浪した荒野は『嵐が丘』の荒涼としたヨークシアの自然を想わせる光景であり、更にさかのぼればリア王が彷徨した荒野を彷彿させる。孤立無援のリア王に道化師がいたように、すべてを失ったヘンチャードも、放浪の途中で、かつての使用人アベルと出会っていた。ハーディはこの小説のすぐ後に『森林地の人々』を書いたのだが、ウィンタボーンの死を悼む森の娘マーティの挽歌調のことばで終ることになっている。ヘンチャードが亡くなった時の状況を語るアベルの言葉にも、かつての主人に対する切せつたる哀悼の意がこめられていて、ヘンチャードを神格化したような語り口である。

ええ、奥様、亡くなられました……わたしゃ、横にいらっしゃる奥様との結婚式の夜、あの方が街を下って行かれるのが見えました。元気がなく、よろめいておられると思いました。それでついていってあげました。「こんなに帰れというのに、何でわしについて来るのじゃ」とおっしゃいました。それで言いました「そりゃ旦那、ご気分が悪いようだからです。それに、わたしにはひどかったけれども、お袋には親切にして頂いたからでさ」

……この家が空いているのを知っていました。それで連れて帰りました。窓に打ち付けてある板をはずし、中に入れてあげました。「ウィットル」とおしゃるので、「わしみたいな人間の世話をすると、お前は本当に何て馬鹿な奴じゃないか」それから先に行つて近所の木樵たちから寝台とか椅子とか他にも二、三身廻子を貸してもらいました。ここに運んで来て、できるだけ居心地よくしてあげたのです。でも力が付くことはございませんでした。奥様、食物がのどを通らなかつたのです。ええ、食欲は全然ありませんでした。だんだん衰弱され、今日お亡くなりになりました。近所のものが棺の用意に背丈を測ってもらいに行つたところだす」(pp.380～1)

「ファーフレイの性格はヘンチャードのとちょうど反対であった」(p.131)彼はスコットランド出身で、彼の名前 Farfrae は「遠い所から」来たという意味を含んでいる。彼が初めて登場するのは、ブリストルに行く途中のことであり、「そこから」アメリカへ行くつもりでいたが、「そこから」はスコットランド訛りで“frae there”と書かれていて、frae [frei]=from である。四行後の「とても遠くから、万年雪の国から来た人」という言及からも明らかである。(pp.61～2)万年雪が象徴するように、北国人らしく「知性の輝き」と「ほっそりした体格」(pp.103～4)がヘンチャードとは対照的である。人前でも故郷の歌を口ずさみ、涙声になるほど感動しやすい反面、全くの功利的合理主義者で、「古里にいるがいいよ、全くだ、でも人は金儲のできることに住まなくてはね」(p.182)と思つて移住したのだった。冷静に物事を判断し、実行する性格で、小説の中では、彼一人が現代人として描かれている。作者は「物語はある男の行為と性格の研究」としてヘンチャードに焦点を合わせている。したがって、「現代」は二次的な意味でしか取り扱われていないが、それはファーフレイが代表する「現代」を作者が軽視していることにはならない。労働者達はヘンチャードの時代とファーフレイの時代を比べて言うに「以前よりいいですよ。前よりもっと働きます。でも恐しい思いはさせられずにすみます……一週に一シーリング少ないが、それだけ豊かです」(p.253)皇族がカスターブリッジ近くの大工事の落成式に出席され、「農業の技術を更に科学的基礎に立脚させる計画の熱心な振興策として、農業科学・経済発展に尽力」(p.300)され、英国「東部北部地方は機械はとてもありふれた」(p.193)時代である。ハーディの憂慮は、このような進歩で「昔の方式のごつごつした素朴な絵のような美しさが、その不便さと共に消え去る」(p.103)ことにあった。

エリザベス＝ジェインには触れなかつた。情況の必要に応じ、ハーディのカメラアイ、ナーレーター、マウスピース等の役割りを与えられすぎ、地に足が付いていないきらいがある。それでも、第一章の天幕の外の自然の静謐さと対比して「人類も安らかに眠る夜があるかもしれない」を受け、人間の「折々の陽気さは幕合いに過ぎない」(p.63)と中継し、小説の最後で「幸福とは苦痛という普遍的な劇のたまさかの挿話にすぎなかつた」と彼女が語るのを聞けば、ハーディの脳裡に何が去来し始めていたのか暗示的である。

カスターブリッジの町そのものの存在も、人物、自然と、三者一体として鮮かに描かれている。都会風なところはなく、田園都市のたたずまいで、近郊の農村社会と互いに補い合い、街には活気が脈打っている。ハーディの生家が町の東方にあるためか、その方角から見た町の情景が特に印象的である。麦の収穫期は昼間が短いため、月明りの中、殆んど町をあげて野良に出た。「必要な時には互いに助け合う古風な習慣」(p.222)がまだ廃れていなかった。蜂や蝶も、野原を飛ぶように町を横切つた。町の構成も、キングズ・アームズに集う上流社会、スリー・マリナーズでくつろぐ階層。その下限は更に下層の上限と重なり合うピーターズ・フィンガーズを根城とする様々な人々等、重層的な社会が生き生きと描かれている。これまでのハーディのウェセックスの世界には「目」がなかつたが、カスターブリッジの町を出現させ、彼のウェセックスに画竜点睛を施したことになる。

#### 〔注〕

- 1) Florence Emily Hardy: *The Life of Thomas Hardy* Macmillan, 1962, p.155
- 2) 同書 p.161
- 3) 同書 p.150
- 4) 同書 p.150
- 5) 同書 p.153
- 6) 同書 p.153
- 7) Thomas Hardy: *The Collected Letters of Thomas Hardy* Edited by R. L. Purdy & M. Millgate, Oxford, 1978, p.29
- 8) Michael Millgate: *Thomas Hardy: A Biography* Random House, New York, 1982, p.245
- 9) 同書 p.248
- 10) F. B. Pinion: *A Hardy Companion* Macmillan, St. Martin's Press, New York, 1968, p.43
- 11) Thomas Hardy: *The Mayor of Casterbridge* (Macmillan Pocket Edition) p.131

(ハーディの他の作品を含め、以下この版からの引用はすべて本文中に頁を示す)

- 12) *The Life of Thomas Hardy* 前掲書 p.176
- 13) 同書 p.168
- 14) 同書 p.179
- 15) 同書 p.252
- 16) I. Howe: *Thomas Hardy* Collier Books, New York, 1966, p.84
- 17) 創世紀 4, 4
- 18) 同書 4, 13
- 19) Robert Gittings: *Thomas Hardy's Later Years*, Atlantic-Little, Brown, 1978, p.40

## 発表した論文・著書及び講演題目

(自1987年 9 月 至1988年 9 月)

論文題目又は著書名	著 者	発表した誌名	(巻号・年月)
Light Scattering Loss in PMMA Optical Fibers	(T. Yamashita), (S. Shichijyo), T. Takemura, (K. Matsushige)	Rep. Progr. Polym. Phys. in Japan Vol. 30	昭和62年10月
Pressure Effects on Dielectric Constant and Crystal Structure of VDF-TrFE Copolymers	(E. Akashige), (S. Takai), (T. Horiuchi), T. Takemura (K. Matsushige)	Rep. Progr. Polym. Phys. in Japan Vol. 30	” ”
高分子材料変形過程の AE	(松重 和美) (滝 正二) (白水 重憲) (七条 司朗) 竹村 哲男	第 6 回アコースティック クエミッション総合コ ンファレンス論文集	昭和62年12月
Light Scattering Measurement in PMMA Optical Fibers	(T. Yamashita), (S. Shichijyo), T. Takemura, (K. Matsushige)	Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 30	昭和62年11月
Effect of Radiation and Impurities on Microscopic Deformation Process in PMMA	(T. Yamashita), (S. Shichijyo), T. Takemura, (K. Matsushige)	Jpn. J. Appl. Phys. Vol. 27, No. 1	昭和63年 1 月
偏心に基づくエンドミル加工面誤差の解析	(仙波 卓弥), (榊原 昭二) 田口 紘一, (佐久間敬三)	福岡工業大学エレクト ロニクス研究所所報第 4 巻	昭和62年11月
仕上加工を指向した波刃形エンドミルの開発	(榊原 昭二), (仙波 卓弥) (佐久間敬三), 田口 紘一	日本機械学会論文集54 巻499号	昭和63年 3 月
チゼルレス新刃形ドリルの開発と高能率穴加工法に関する研究	(佐久間敬三), 田口 紘一 (仙波 卓弥), (藤山 博一)	昭和61~62年度科学研 究費補助金研究成果報 告書	昭和63年 3 月
Barotropic Instability of a Viscous Boundary Jet	Iwao Yamashita, (Masaki Takematsu)	Journal of the Oceanographical Society of Japan Vol.44	March 1988
ロバスト性と構成の簡素化を考慮した適応系の設計法に関する研究	川崎 義則	京都大学学位論文	昭和63年 9 月
すえ込み鍛造による鍛造型の接触冷却条件の評価法	南 明宏, (済木 弘行)	鍛造技報第31号	昭和62年10月
熱間鍛造用金型の寿命評価エキスパートシステム開発	南 明宏, (済木 弘行)	昭和62年度科学研究費 補助金研究成果報告書	昭和63年 3 月

- |  |  |   |          |
|--|--|---|----------|
| 線形回路過渡応答計算のためのコンパニオンモデルについて  | 辻 一夫   | 高専教育第11号  | 昭和63年 2月 |
| On the Mechanism of Noise Generation in Cuk Converter  | (T. Mizoguchi), (K. Harada)<br>(T. Ninomiya), M. Nakahara  | IEEE PESC 88 Apr. 1988 Record                   |          |
| Identification of polymer glycols in polyurethane elastomers by pyrolysis-gas chromatography | (M. Furukawa), N. Yoshitake<br>(T. Yokoyama)               | J. Chromatogr., <u>435</u><br>(1988) 219        |          |
| ゲルクロマトグラフィー用親水性ゲルの開発に関する研究   | 松本 和秋  | 九大工学博士論文  | 昭和63年 2月 |
| Synthesis of $\gamma$ -Type CMD from Dense $MnCO_3$  | (田辺伊佐雄), 宮本 信明<br>(永浦 亨), (林 範行)                           | J. Electrochem. Soc.,<br>Vol. 134, No. 12       | 昭和62年12月 |
| サスペンション浴からの二酸化マンガンの電解析出  | (芳尾 真幸), (野口 英行)<br>(栗本 浩), (Klaus H. Holzleithner), 宮本 信明 | 旭硝子工業技術奨励会<br>研究報告第49巻                          | 昭和62年    |
| Production of EMD under Nitrogen Atmosphere and its Discharge Characteristics                | (芳尾 真幸), (野口 英行)<br>(栗本 浩), (Klaus H. Holzleithner), 宮本 信明 | Progress in Batteries<br>and Solar Cells Vol. 7 | 昭和63年 1月 |
| 重質炭酸マンガンの $\gamma$ 型 CMD の合成とその特性 II— $\gamma$ 型 CMD の合成時の物理化学特性の調整—                         | (田辺伊佐雄), 宮本 信明<br>(永浦 亨), (林 範行)                           | 電気化学第56巻第 6号                                    | 昭和63年 6月 |
| 明治初期から昭和戦前期に至る公立病院の配置および平面構成の発展に関する研究  | 新谷 肇一, (青木 正夫)<br>(篠原 宏年)                                  | 日本建築学会計画系論<br>文報告集No.379                        | 昭和62年 9月 |
| 明治中期から大正前期における学校附属病院の変遷過程と配置および平面構成について<br>—幕末から昭和戦前期に至る学校附属病院建築の発展過程に関する研究 II—              | 新谷 肇一, (青木 正夫)<br>(高須 芳史), (景山 正浩)<br>(篠原 宏年)              | 日本建築学会計画系論<br>文報告集No.383                        | 昭和63年 1月 |
| 近代日本の病院建築に関する計画史的研究  | 新谷 肇一  | 九州大学工学博士論文                                      | 昭和63年 2月 |
| 大正後期から昭和戦前における学校附属病院の変遷過程と配置および平面構成について<br>—幕末から昭和戦前期に至る学校附属病院建築の発展過程に関する研究 III—             | 新谷 肇一, (青木 正夫)<br>(高須 芳史), (景山 正浩)<br>(篠原 宏年)              | 日本建築学会計画系論<br>文報告集No.390                        | 昭和63年 8月 |

住区基幹公園の面積規模による種別化とその利用形態の特性について	(河野 泰治), (青木 正夫) 北岡 敏郎, (中島 隆)	日本建築学会計画系論文報告集第380号	昭和62年10月
幼児・児童公園の配置計画について—計画単位と利用形態分析—	(河野 泰治), 北岡 敏郎	日本都市計画学会学術研究論文集第22号	昭和62年10月
住区基幹公園の種別構成パターンにおける公園種別の特性分析	(河野 泰治), (青木 正夫) 北岡 敏郎, (中島 隆)	日本建築学会計画系論文報告集第381号	昭和62年11月
都市公園計画基準の史的考察	(河野 泰治), 北岡 敏郎 (中島 隆)	久留米工業大学研究報告第11号	昭和62年12月
居住地における公園整備と子どもの外遊び空間との関連	(河野 泰治), (青木 正夫) 北岡 敏郎, (中島 隆)	日本建築学会計画系論文報告集第385号	昭和63年 3月
東山手洋風住宅調査研究に関する報告書	宮本 達夫, (土田 充義)	長崎市役所文化課	昭和63年 3月
長崎市伝建地区における和風住宅に関する報告書	宮本 達夫, (土田 充義)	長崎市役所文化課	昭和63年 8月
紹介「江戸温泉紀行」	久保田啓一	「語文研究」65号	昭和63年 6月
「新編国歌大観」第6巻「新明題和歌集」	久保田啓一	角川書店	昭和63年 4月
『東洋の満月』の世界—蔵原伸二郎ノート—	牧田 晃代	方位11号	昭和62年12月

注・氏名欄( )は学外者を示す

講演題目	氏名	発表した学会・講演会名	年・月
強誘電性高分子 P (VDF/TrFE) 共重合体の相転移と構造に対する圧力効果	(松重 和美), (堀内 俊寿) (滝 正二), (深尾 浩二) (赤繁 悦史), 竹村 哲男	第28号高圧討論会	昭和62年11月
Pressure Effect on Ferroelectric Structure of VDF/TrFE Copolymers.	(K. Matsushige), (T. Horiuchi) (K. Fukao), T. Takemura	IUPAC 32nd International Symposium on Macromolecules	昭和63年 8月
仕上加工を指向した波刃形エンドミルの開発	(榊原 昭二), (仙波 卓弥) (佐久間敬三), 田口 紘一	日本機械学会北陸地方学術講演会講演論文集	昭和62年11月
高剛性フィニシングエンドミルの開発とその切削性能について	(内山 潔), (仙波 卓弥) (佐久間敬三), 田口 紘一	日本機械学会九州学生会第19回卒業研究発表会前刷集	昭和63年 3月

深穴加工における穴の曲がりに関する研究 (偏心下穴のある工作物の場合)	(六倉 清晴), (山迫 洋) (亀山 成明), 田口 紘一	日本機械学会九州学生会第19回卒業研究発表会前刷集	昭和63年3月
精密深穴加工	田口 紘一	精密工学会九州支部精密生産加工技術講演会	昭和62年12月
複合流路における気液二相流体の流動 (第4報,)三つの副流路を有する流路の流量配分データ	(佐藤 泰生), (佐田富道雄) 猿渡 真一, (藤末 泰三)	日本機械学会九州支部鹿児島地方講演会	昭和63年7月
純金属における高温変形応力の変形経路依存性	宮川 英明, (中島 英治) (吉永日出男)	日本金属学会春季大会	昭和63年4月
純金属における高温変形応力の変形経路依存性	宮川 英明, (中島 英治) (吉永日出男)	日本金属学会高温強化研究会	昭和63年7月
非線形機械系に対するゲイン行列リセットを用いたロバスト適応制御系の一設計法	川崎 義則, (岩井 善太) (高 文平)	第27回計測自動制御学会学術講演会	昭和63年8月
多重ループ制御を用いた昇降圧形コンバータの大振幅動作特性について	(二宮 保), 中原 正俊 (原田 耕介)	電気関係学会九州支部連合大会No737	昭和62年10月
スイッチングコンバータの動特性改善における多重ループ制御とPD制御の比較	(二宮 保), 中原 正俊 (原田 耕介)	電子情報通信学会春季全国大会 B-787	昭和63年3月
共振形コンバータの安定性解析	(二宮 保), 中原 正俊 (原田 耕介)	電気情報通信学会技術研究報告 PE88-31	昭和63年9月
グルコースセンサーによるグルコースアナロマーの異性化速度定数の測定	永田 良一, (榎藤晋一郎)	化学工学協会鹿児島大会講演要旨集 B210	昭和62年11月
Synthesis of $\gamma$ -type CMD from Dense $MnCO_3$ and its Control of the Characteristics	(田辺伊佐雄), 宮本 信明 (永浦 亨), (林 範行)	The 3rd Battery material Symposium, Honolulu	昭和62年10月
Discharge Properties of $\gamma$ -type CMD in $ZnCl_2$ type Batteries	(田辺伊佐雄), 宮本 信明 (永浦 亨), (林 範行)	〃	〃
Production of EMD under Nitrogen Atmosphere and its Discharge Characteristics	(芳尾 真幸), (野口 英行) (栗本 浩), (Klaus H. Holzleithner), 宮本 信明 (田辺伊佐雄), (永浦 亨)	〃	〃

Synthesis of $\gamma$ -type CMD from Dense $\text{MnCO}_3$ and its Control of the Characteristics	(田辺伊佐雄), 宮本 信明 (永浦 亨), (林 範行)	172nd Meeting of the Electrochem. Soc., Extended Abstracts, Vol. 87-2 Honolulu	昭和62年10月
Discharge Properties of $\gamma$ -type CMD in $\text{ZnCl}_2$ type Batteries	(田辺伊佐雄), 宮本 信明 (永浦 亨), (林 範行)	〃	〃
Ruthenium Oxide Coated Titanium Electrode for Production of Electrolytic Manganese Dioxide	(松木 健三), (田辺伊佐雄) 宮本 信明, (永浦 亨)	〃	〃
$\gamma$ 型 CMD の合成と放電特性 (塩化亜鉛型電池)	(田辺伊佐雄), 宮本 信明 (永浦 亨)	第 8 回電池材料勉強会	昭和62年11月
$\gamma$ 型 CMD の合成と放電特性 (Li-Mn $\text{O}_2$ 型電池)	(永浦 亨), 宮本 信明 (田辺伊佐雄)	〃	〃
$\gamma$ 型 CMD の $\text{ZnCl}_2$ 型電池への放電特性	(田辺伊佐雄), 宮本 信明 (永浦 亨)	第28回電池討論会講演 要旨集	〃
$\gamma$ 型 CMD の脱水特性及びその脱水生成物の Li-Mn $\text{O}_2$ 電池用正極活物質としての特性	(永浦 亨), (永峰 政幸) 宮本 信明, (田辺伊佐雄)	電気化学協会第54回大会講演要旨集	昭和63年 4 月
すみ肉溶接継ぎ手の曲げ疲労特性に及ぼす応力比と残留応力の影響	(三井 宣之), (畑中 孝吉) 原田 克身	日本建築学会九州支部 研究報告第30号	昭和63年 3 月
一方型吊屋根の剝離せん断層の特性と渦励振	三宅 昭春, (吉村 健) (牧野 稔), (屋嘉 克則) (衛藤 智徳)	日本建築学会九州支部 研究報告第30号	昭和63年 3 月
剝離せん断層の不安定性と構造物の渦励振	三宅 昭春, (吉村 健) (屋嘉 克則), (比嘉 智)	土木学会西部支部研究 発表会講演概要集	〃
蔵原伸二郎研究 一『東洋の満月』の世界を中心に一	牧田 晃代	熊本大学国語国文学会	昭和62年 9 月

注・氏名欄( )は学外者を示す

---

---

有明工業高等専門学校紀要

第 25 号 (1989)

平成元年 1 月 31 日 発行

編 集 有明工業高等専門学校紀要委員会

発 行 有 明 工 業 高 等 専 門 学 校  
大牟田市東萩尾町 150  
電話 大牟田 (0944) ㊦1011

印 刷 重 富 オ フ セ ッ ト  
福岡県大牟田市本町 3 丁目 6-10  
電話 大牟田 (0944) ㊦5610

---

---

## CONTENTS

A Study in a Teaching Method of Building English Reading Skills .....	Shigeru IKEDA .....	1
On the Decomposition of $M \times N$ Type Matrices with Rank $N$ .....	Fumitoshi SAKANISHI .....	7
On the Convergence of a Discrete Iterative Solution for a Non-linear P. D. E. ....	Makoto ARAKI .....	13
A Numerical Method of the Convolution $u(t) = \int_0^t k(t-\tau)f(\tau)d\tau$ .....	Iwao YAMASHITA and Gozo KIMURA .....	19
A Study of the Liesegang Phenomena (Part Five) The Liesegang Phenomena in the Aqueous Solutions ...	Hiroshige HIGUCHI .....	25
Pulse Wave Propagation of the Artery .....	Ken TAKEMURA .....	31
	Yasutaka NAKAMURA Hajime NITAHARA and Tetuo TAKEMURA	
Fatigue of Welded Butt-type Test Pieces .....	Katsumi HARADA .....	43
Subcooled Nucleate Boiling Heat Transfer from the Horizontal Surface .....	Hisao IHARA .....	49
Calculation of Potential in Coaxial Cylinder Electrodes by the Method of Finite Differences — On the criteria of split numbers of region regarding the ratio of two electrode radii — .....	Nobuo HAMADA .....	57
A Study of Thermal Degradation of Polyurethanes (14) — Analysis of polyether and polyester components by Pyr-GC method with a Porapak Q column — Norimichi YOSHITAKE • Mitsunari MARUO and Mutsuhisa FURUKAWA .....		61
Some Aspects of the Thought Presentation in Mark Twain's <i>The Prince and the Pauper</i> .....	Shigeru IKEDA .....	67
In Search of the Origin of Modern Self (11) .....	Yasuo MATSUO .....	75